

LIVRARIA
SAMCARLOS

RIO. 11 e
el.

250 ~
d22.

Estante ..

Tabela ..

Divisão ..

Fila, . . .

E-8
346

1265-1-

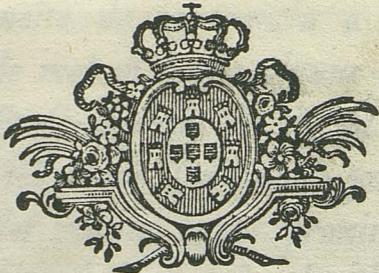
Pult. n. 98

LA 067

CALCULO
DAS
PENSÕES VITALICIAS,
POR
SAINT-CYRAN,
TRADUZIDO EM PORTUGUEZ,
E
DEDICADO
A
SUA ALTEZA REAL
SERENISSIMO
PRINCIPE DO BRAZIL,
NOSSO SENHOR,

POR
JOSÉ MARIA DANTAS PEREIRA,

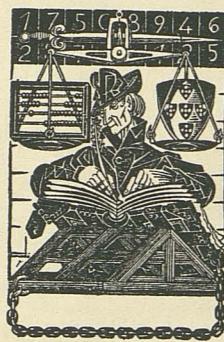
Capitão-Tenente da Armada Real, Lente de Mathematica da Real Academia
dos Guardas-Marinha, &c.



LISBOA,
NA REGIA OFFICINA TYPOGRAFICA.

ANNO M. DCC. XCVII.

COM LICENÇA DE SUA MAGESTADE.



SENHOR

Venerando profundamente as esclarecidas luzes, que rodeão, ornão, e firmão o Excelso e Magestoso Throno de VOSSA ALTEZA REAL; que tendo, por assim dizer, em VOSSA ALTEZA REAL o mais proprio, o mais sublime foco, partem delle a vivificar o turbilhão, que felizmente possue em VOSSA ALTEZA REAL a sua causa movente; em VOSSA ALTEZA REAL, que tão sábia e providamente, nos Decretos e Ordens Regias, onde brilha a mais alta Scienza, mostra com quanto Amor Paterno ama os seus affortunados Póvos, e com quanta efficacia obriga a escura e terrivel noite da ignorancia a ir concentrar-se nos Paizes, onde morem ainda alguns habitantes parecidos aos da tenebrosa caverna de Platão; tendo tambem obtido a preciosa felicidade (e quanto prazer finto em o publicar!), de ser muitas vezes proxima e particular testemunha da benignidade e mais virtudes moraes, que cercão a Alma sublime e pura de VOSSA ALTEZA REAL; benignidade, que para comigo mesmo tenho experimentado, e da qual offereço a todos huma convincente prova; virtudes, onde igualmente se manifesta e confirma o profundo saber de VOSSA ALTEZA RE-

Nous aurions plus de lumieres sur ce sujet, si nous avions plus de connoissance de la nature, ou même seulement plus de faits observes.

d'Alembert.

Sur les probabilités de la vie humaine.

LISBONA
NA REGIA OFICINA TYPOGRAPHICA

ANNO MDCCZCAII
COM FOLHAS DE SUL MOCOSAS

REAL; pois, fallando com Socrates, como pôde haver virtude sem sciencia, como esta sem a virtude? Notando em fin por outra parte, que o alto saber emanado do Throno, envolvendo forte os principaes agentes do Governo, mas decrescendo, por assim dizer, á medida que se aparta mais da origem, ainda não anima inteiramente alguns Magistrados, que besitão sobre a verdadeira intelligencia e execução de certas Ordens, cujo exacto cumprimento requer bastantes noções relativas ás probabilidades da vida humana: julguei não podia servir melhor em semelhantes circumstancias, do que procurando diffundir por todo o Portugal parte daquelle saber, cujos elementos aprendi nos illuminados Estabelecimentos Regios existentes: tanto mais quanto esta parte deve ir anniquilar todas as dúvidas que possão ocorrer na execução das ditas Ordens; e que aliás tambem pertence a outra obra maior, de cuja composição estou encarregado; e que brevemente poderá mostrar consigo aos Portuguezes huma instituição sem prototypo, correspondente ás luzes actuaes da Europa; a qual bem desempenhada, be talvez a que podia lembrar mais util ao Estado.

A VOSSA ALTEZA REAL, que tão sabiamente ordena tudo, ouso pois offerecer este preliminar de cousas maiores, que sendo na realidade huma simples traducção do Calculo das Pensões Vitalicias dado á luz por Saint-Cyran em 1779, be todavia a primeira obra de hum genero tão util, que apparece em linguagem Portugueza, havendo mais de cem annos, que destas importantes discussões se trata com muito apreço em outros Estados da Europa.

Quei-

Queira VOSSA ALTEZA REAL olhar também esta humilde offerta, como hum testemunho mais do quanto desejo ser grato aos immensos beneficios, que devo á Bondade de VOSSA ALTEZA REAL; e de quanto ardente mente ambiciono aquelle Regio olhar benigno, capaz dos maiores effeitos em almas, onde existe o elasterio, que convem á utilidade pública.

Prostrado pois ante a Real Grandeza, com a mais profunda veneração, e respeito, beija as Regias Mãoz Augustas,

De VOSSA ALTEZA REAL

O mais submisso, o mais obediente, e fiel Vassallo

José Maria Dantas Pereira.

B

D. VOSA ALTIMA REAL

O missi familiis, o missi opere
dicimus e te lat. Valesio

2015 Maria D'Amato Lecture

3

ADALTEENIYI

ADVERTENCIA DO TRADUCTOR.

POR Ordem que recebeo do nosso Augusto e Illuminado Principe, encarregou-me o Ministro e Secretario de Estado da Marinha, meu Inspector, da Composiçao de huma grande Obra Elementar, em cujo desempenho actualmente emprégo os meus cuidados: certo, em que se o consigo, terei sido assás util ao Estado.

Porém como a dita Obra , fundada alias nos principios Mathematicos , a que me tenho dado com tanto desvelo , he justamente huma particular applicação destes principios a objectos alheios da Marinha ; quero dizer , a objectos alheios daquelles , que olhava com maior attenção , por me pertencerem mais directamente ; foi e me he preciso investigar com melhor ordem , cuidado , e assiduidade , o que de semelhante materia se tem escrito até o presente ; para que a Obra mencionada , tão util pelo fim a que se dirige , não fique inferior ao estado actual dos conhecimentos , que lhe dizem respeito.

Li pois entre outros Authores este, cuja traducçāo
púlico: traducçāo feita, por assim dizer, *currente calamo* ; e que sem tomar o tempo necessário para exequutar o preceito de Horacio, *nonumque prematur in annum* , dou com esseito á luz, determinado pelas circunstâncias precedentemente referidas; determinado pe-

los

II ADVERTENCIA

los elogios distintos, que o Original mereceo á Real Academia das Sciencias de París ; e tambem porque, sendo manifesta e realmente interessante, sobre nada ou muito pouco difficult; qualidades, que a revestem de hum particular merecimento nas actuaes circumstancias, em que Portugal não tem hum só escrito de semelhante natureza ; devia este aparecer com toda a brevidade possivel : e mais ainda porque a dita Obra principal não me deixaria tão cedo o tempo conveniente para lhe aplicar huma lima escrupulosa.

Com tudo penso que o Author está fielmente mudado ao Portuguez ; e só desejo se attenda ás razões apontadas, quando se note alguma expressão menos castigada, ou talvez menos propria da nossa linguagem.

As mesmas razões me desculpão de não ter enriquecido com mais notas a traducção presente ; espero porém que pouco se me demore o gosto de satisfazer por este lado aos curiosos.

Posto que, como diz Condillac, a lingua esteja feita, quando se vai tratar de qualquer assumpto , e que por tanto nos vejamos obrigados a usar de termos muitas vezes improprios, outras confusos, ou vagos, ou menos bem derivados, sendo por isto necessario principiar definindo os mesmos termos ; com tudo como este he o primeiro escrito Portuguez de semelhante genero, pensei que podia adoptar alguns termos, por assim dizer, technicos, deduzidos de outros precedentemente empregados ou nos Decretos Regios, ou em Author Portuguez, ou entre as Nações Estrangeiras, onde nas-

ces-

DO TRADUCTOR.

III

cesse o assumpto, a cujo respeito os empregamos: afortunado se não me apartei do *Parce detorta*, pedrei desculpa aos senhores Filologos ; ajuntando a esta petição os mais sinceros desejos que me restão, de que não deixem de emendar a traducção por este lado, se com effeito assim o merecer.

C

PRO-

PROLOGO DO AUTHOR.

PArece que no fim do seculo passado se principiou a pensar em submeter as Pensões Vitalicias a hum cálculo exacto: muitos Autores as tem desde então discutido, e dado delas ao Público diversas Taboas: mas entre estes sabios deve especialmente ser notado Mr. Deparcieux, que publicou em 1746 huma obra excellente sobre este assunto, a qual intitulou » Ensaio sobre as probabilidades da vida humana » onde além do cálculo das Pensões Vitalicias sobre huma só vida, se encontra hum grande numero de Taboas muito curiosas, relativas á duração da vida humana, e aos diferentes contratos, que he possivel formar, attendendo ás suas probabilidades: tudo fundado em huma Theoria assás clara, e da qual o Author reduzio a maior parte ao alcance commun.

Com tudo estas Taboas , e as outras publicadas até agora , não tratão das Pensões Vitalicias sobre mais de huma vida , a pezar de quanto estas são communs ; da muita utilidade , que resultaria do seu exacto conhecimento , e de serem susceptiveis de huma Theorica rigorosa ; mas ha toda a razão para crer , que quantos emprehendêrão estes cálculos , não proseguirão por causa da sua extensão muito superior á dos cálculos das Pensões Vitalicias relativas a hum só individuo.

Jul-

PROLOGO

Julgamos pois que as Taboas muito amplas , por nós agora publicadas sobre este objecto , naõ deixarão de ser benignamente acolhidas ; e assim tambem a Theoria completa das Pensões Vitalicias , que lhes ajuntamos , e que ainda nos faltava : esta he em si mesmo interessante ; e demais não podiamos racionavelmente exigir confiança em os nossos cálculos , sem darmos os principios , que lhes servirão de base.

Mas como esta Theoria requer ao menos alguns conhecimentos da Algebra , e das combinações ; sciencias , nas quaes a maior parte dos Leitores não he versada ; se para consultar esta obra , fosse preciso seguir-lhe a Theoria , ou sómente desenvolver della o que se pertendesse saber , este obstaculo restringiria muito o seu uso. Para prevenir hum inconveniente semelhante , foi a obra dividida em duas Partes.

A primeira contém tres Capitulos , he de perfeita e geral intelligencia ; e basta para obter huma sufficiente idéa da natureza das Pensões Vitalicias , e fazer uso das Taboas.

O primeiro Capitulo trata da utilidade do cálculo das Pensões Vitalicias , e das Taboas , que dellas se tem dado até o presente.

O segundo contém varias observações sobre as diferentes series da mortalidade humana , e o modo de as applicar ao cálculo das Pensões Vitalicias.

No Terceiro damos a explicação e uso das Taboas de Pensões Vitalicias , sobre huma , duas , até tres pessoas da mesma ou de diversas idades ; e o mesmo

DO A U T H O R .

mo praticamos com as Taboas das Tontinas. Os que sómente quizerem consultar as Taboas , poderão contentar-se com a lição deste Capitulo.

A segunda Parte inclue a Theorica das Pensões Vitalicias ; vai dividida em seis Capitulos.

O primeiro contém Noções preliminares.

O segundo trata das Pensões Vitalicias sobre huma vida ; e desta Theorica resulta a solução de muitos Problemas curiosos.

No terceiro encontra-se a Theorica das Pensões Vitalicias , sobre duas pessoas de igual ou de diversa idade.

O quarto envolve a Theorica das mesmas Pensões sobre tres Pessoas , da mesma ou de diferentes idades ; e huma fórmula geral para as Pensões Vitalicias sobre qualquer numero de pessoas.

O quinto contém a Theorica das Tontinas , ou Pensões Vitalicias sobre hum grande numero de pessoas.

No sexto desenvolve-se quanto se deve abater ás ditas Pensões querendo-as taxar , com igualdade ás mais rendas , nos Impostos Regios.

A Theorica precedentemente enunciada poderia conduzir-nos a tratar das Pensões Vitalicias compostas ; quero dizer , das que em parte são Vitalicias , em parte perpetuas , ou de limitada duração ; maneira de emprestar , da qual este seculo nos offerece bastantes exemplos ; mas os ajustes desta natureza são suscetiveis de tantas combinações , que , provavelmente fallando , as Taboas por nós calculadas , nunca serião as que fossem precisas ;

VIII PROLOGO DO AUTHOR.

fas ; e deste modo sahiriamos , do nosso plano , onde unicamente se contém dar aqui resultados , cujo uso seja geral e facil.

As taboas das Pensões Vitalicias sobre muitas vidas , são absolutamente novas ; talvez se possa afirmar outro tanto da sua Theoria , que desenvolvemos na segunda Parte , olhada por muitos lados ; e isto não obstante haver hum grande numero de Authores , dos quaes brevemente faremos menção , que em diferentes obras tem dado ao público algumas fórmulas , donde he possível extrahir parte do que dizemos a este respeito ; mas não tendo sido intenção daquelles fabios tratar completamente das Pensões Vitalicias sobre muitas vidas , foi indispensavel fazello assim , antes de calcular as Taboas correspondentes. De toda a sorte contentar-nos-hemos com a propriedade de quanto he novo em as nossas Taboas e Theorica : a utilidade daquellas he innegavel , e a sua composição exigio cálculos immensos , de que certamente nem formaráõ idéa as pessoas , que nunca meditárão sobre esta materia.

Aquelle que desejarerem conhecer os Authores , que tem tratado das Pensões Vitalicias , e das Probabilidades da duração da vida humana , podem consultar huma excellente obra Italiana , impressa em Milão no anno 1776 , cujo titulo se reduz ao seguinte : » Theoria dos Acasos , applicada ás probabilidades da vida ; traduzida do Inglez de Mr. Moivre , enriquecida com addições e notas : pelo Padre Gregorio Fontana. »

CAL-

CALCULO DAS PENSÕES VITALICIAS.

PRIMEIRA PARTE.

CAPITULO PRIMEIRO.

*Parte da Primeira
Da Natureza das Pensões Vitalicias
que se calculam
Nas quais se deve fazer
+ Metodologia*

Da utilidade do cálculo das Pensões Vitalicias ; e das Taboas , que dellas se tem publicado até o presente.

1º
AREFLEXÃO bem simples de serem iguaes a duração das nossas precisões , e a duração da nossa vida , fez sem dúvida nascer a idéa das Pensões Vitalicias ; he por tanto assás provavel , que o seu uso tenha muito remota origem : ao menos he certo , que forão conhecidas dos antigos Romanos ; assim o comprovão diversas passagens espalhadas pelo corpo das suas leis , onde se trata destas Pensões , dando-lhes denominações differentes. Porém ha pouco mais de hum seculo , que as precisões dos Governos , e a dificuldade dos emprestimos tem multiplicado extraordinariamente este genero de contratos , fazendo-os , por assim dizer , variar infinitamente , pela combinação das diversas Pensões Vitalicias , com as perpétuas , com as de duração prefixa , &c.

2º
Ninguem pôde deixar de conhecer quanto deve importar aos Governos , e a quantos tem de tomar , ou conceder Pensões Vitalicias , saber quanto se pôde dar de Pensão annual Vitalicia por hum certo capital , segundo as diversas idades dos Capita-

3º
Muitas das qualidades do
capital Vitalicio tem qual.
que se agrega ao capital
de que se paga a pensão
de dívidas de longo.

RAIDES CALCULO

listas (1). Diariamente se offerecem tambem occasões, nas quaes he preciso conhecer o valor de huma Pensão Vitalicia posta em hum ou muitos individuos, cujas idades se conhecem: infinitos exemplos, dos quaes vamos expôr hum pequeno numero, podem fazer sentir quanto a Jurisprudencia fica por este lado imperfeita, e sujeita a erros, quando não sabe calcular as Pensões Vitalicias, nem conhecer a sua natureza.

3º Exemplo.
Querendo vender quaesquer propriedades ou bens de raiz, deve na maior parte do Reino pagar-se hum tanto ao Rei, e outro ao direito senhorio, (que em Portugal se chamão ciza e laudemio) conforme o contrato da venda, a cujo preço são proporcionados ambos os ditos impostos: ora se este preço, como acontece muitas vezes, he todo ou parte composto de huma Pensão Vitalicia sobre huma ou mais vidas, fica manifesta a impossibilidade de avaliar este direito sem o conhecimento do valor da Pensão.

4º Exemplo.
Dous herdeiros devem repartir igualmente os bens que lhes deixáram; mas a hum delles ha de tocar certa Pensão Vitalicia, que constitue parte da herança: para fazer as partilhas com igualdade, he preciso saber o valor da Pensão.

5º Exemplo.
São conhecidos os diferentes direitos de revendicação, ou reversão, a que vivem sujeitos em França grande parte dos bens de raiz: quando estes se vendem, a Lei concede, a quem goza aquelle privilegio, hum tempo determinado para o fazer valer, se assim o julgar a proposito: fazendo-se pois a venda em troco de huma Pensão Vitalicia, e morrendo aquelle, sobre quem a Pensão fora constituida, antes de findar o tempo concedido para a reversão, parece que os bens não devem ser alienados sem se pagar ao comprador a valia da Pensão Vitalicia correspondente ao momento da venda; e logo seria necessário conhecer o valor desta Pensão.

He certo que os costumes de todos os Paizes, unicas leis em semelhantes casos, ainda não previrão este: alguns perten-

(1) Neste caso o Capital se chama valor da Pensão.

DAS PENSÕES VITALICIAS.

dendo que o comprador seja perfeitamente indeinnizado pelo vendedor, que tem hum tal privilegio, parecem inculcar que os bens podem ser recuperados, pagando sómente a porção vencida da Pensão Vitalicia; outros, e este he o maior numero, exigem que o comprador embolce o valor inteiro do contrato: ora o valor do contrato, no caso de que se falla, he certamente o valor da Pensão Vitalicia: sobre este são avaliados os direitos ou impostos Regios, e Senhoriaes; em consequencia delle não pôde o vendedor reclamar os seus bens, a titulo de lezão enormissima, ainda quando nenhuma porção chegasse a gozar. Além disto, supondo, como he possivel, que o comprador tenha comprado grande numero de terras a troco de Pensões Vitalicias correspondentes ao seu justo valor; e que os individuos, em cujas vidas as Pensões se puzerão, sigão a ordem commun de mortalidade, o que tem direito de reversão, por quasi nada reclamará algumas destas terras; e as que restarem ao comprador, ficar-lhe-hão muito caras: donde se segue, que esta opinião, geralmente fallando, seria perjudicial ao comprador, e alias muito vantajosa ao vendedor; fim contrario ao espirito dos ditos costumes, ou Privilegios, que só tem pertinido dar ao vendedor huma simples preferencia.

6º Exemplo.
Ha certo tempo tem-se estipulado^{7º}, que as Pensões Vitalicias sejam livres de quaesquer impostos Regios; mas he tarifa geral tirar a decima nos pagamentos daquellas, onde esta condição não vem declarada expressamente. Ora para nos convenermos de que as Pensões Vitalicias não devem ser sujeitas a hum imposto semelhante, ao menos em quanto ao valor total; basta notar, que, segundo a intenção do Legislador, a imposição da décima recae sómente sobre as rendas; e que das Pensões Vitalicias, parte deve ser considerada como huma renda propriamente tal; e parte como reembolço do proprio capital: quando por exemplo se recebe huma Pensão Vitalicia a troco de huma dada quantia de dinheiro, ou de quaesquer terras assim vendidas, a porção annual dada ao vendedor não pôde ser

E

só-

sómente olhada como renda sua, porque nella se envolve parte do seu capital; visto que finalizada a renda, o capital fica satisfeito. Supondo mesmo que a Pensão Vitalicia he sómente paga com as rendas do comprador, das quaes elle dá a decima ao Rei, não se devêra concluir que o devedor tenha por isto direito de fazer que o credor pague o dito imposto; porque neste caso o devedor, depois de hum determinado tempo, tem com as suas rendas pago ao proprietario não só o interesse do seu capital, como tambem o mesmo capital; mas o pagamento deste capital he o valor da nova aquisição: logo não deve ser sujeito a imposto, seja qual for a natureza do dinheiro a elle destinado. Visto o que fica dito, poderia suppôr-se que se deve unicamente tirar a decima do lucro do capital, que serve de base á Pensão Vitalicia; mas esta avaliação não seria exacta, e o imposto ainda se conservaria pezado. Finalmente pôde-se consultar a este respeito a Taboa XVI., e o sexto Capitulo da seguda Parte, onde esta questão vai assás desenvolvida.

Por tanto conclue-se, que quando em 1771 o Rei ordenou, que pagassem decima todas as rendas por elle concedidas, os Pensionados Vitalicios forão os mais perjudicados.

He assás visivel, que a Pensão Vitalicia, correspondente a hum determinado capital, depende do ordinario juro do dinheiro, e do tempo, durante o qual se deve julgar que a dita Pensão ha de existir; isto he, do tempo que os Pensionados devem provavelmente viver, segundo a ordem geral: logo as observações sobre a duração da vida humana são as bases naturaes, onde deve fundamentar-se o cálculo desta qualidade de rendas.

As referidas observações, absolutamente necessarias para a perfeição da sciencia chamada pelos Ingleses Arithmetic-Politica, estão ha muito tempo em prática, segundo a opinião de M. Hume no seu Ensaio sobre a população das Nações antigas, impresso em Londres no anno 1767; onde o dito Author affirma, que em Roma se conservavão exactos Necrologios, ou

Re-

Registros Mortuários. A obrigação imposta a cada Cidadão de pagar huma certa moeda no Templo de Juno Lucina, quando nascia; no da Mocidade, quando vestião a Toga viril; e no de Libitina, quando morrião, dava hum meio bem simples para formar o Catalogo dos nascimentos e mortes: estes antigos costumes erão observados ainda no tempo de Nero, como se colige da Vida daquelle Principe, escrita por Suetonio, onde se vê que no seu reinado huma doença epidemica em hum só Outono fez escrever 30000 nomes no Templo de Libitina. Adiantre veremos, que ha toda a razão para suppôr que aquelles Povos se servirão destas observações para determinarem as probabilidades da duração da vida humana nas suas diferentes épocas.

Em quanto aos nossos tempos, parece que só no fim do seculo passado alguns Ingleses pertenderão determinar a graduação da mortalidade humana por meio dos Necrologios de Londres e Dublin; consequentemente foi aquella a época, em que lembrou empregar-se a Theoria no cálculo das Pensões Vitalicias. Muitos Authores tem depois procurado derramar luzes sobre este assumpto, ocupando-se em estabelecer a sua Theoria, e unir observações sobre a mortalidade humana: alguns tem facilitado ao público a vantagem de gozar o fruto destes trabalhos, calculando Taboas de Pensões sobre huma vida, as quaes andão assás vulgarizadas: Dom Gregorio Fontana publicou huma lista muito curiosa dos ditos Authores, na Obra de que assima fallamos; nós contentar-nos-hemos de nomear agora aquelles, cujas Obras podem ser mais directamente uteis ao fim que nos propozemos.

O célebre M. Halley foi o primeiro que pensou na applicação das probabilidades da vida ao cálculo das Pensões Vitalicias, em huma Memoria Ingleza; impressa nas Transacções Filosoficas, anno 1693, numero 196. Esta Obra contém huma graduação, ordem, ou serie de mortalidade humana, fundada nos registros dos nascimentos e mortes acontecidos em a Cidade de Breslaw; e além disto methodos para calcular as Pensões Vitalicias.

Em

6 DAS PENSÕES VITALICIAS

2º Singleton
Em 1742 M. Simpson fez imprimir em Londres a doutrina das annuidades e reversões, com Taboas das Pensões Vitalicias sobre huma vida, fundadas na serie Necrologica determinada por M. Smart, em consequencia dos Necrologios de Londres.

3º Kerkseboom
Em 1743 M. Kerkseboom, Hollandez, publicou huma serie de mortalidade, estabelecida por meio de observações feitas por mais de hum seculo sobre os Pensionados Vitalicios de Hollanda, e de Inglaterra: publicou mais humas Taboas de Pensões Vitalicias correspondentes á dita serie, as quaes não incluidas nesta Obra: além disto em 1752 fez imprimir outra Obra sobre a população da Hollanda.

4º Hodson
M. Hodson em 1747 deo á luz em Londres Taboas de Pensões Vitalicias, deduzidas dos Necrologios daquella grande Cidade.

M. Moivre nascido em França, mas que passou a Inglaterra depois da revogação do Edicto de Nantes, he principalmente conhecido pela sua famosa Theoria dos Acaſos, terceira vez impressa em Londres no anno 1756, segundo depois da sua morte. M. Moivre applica a sua doutrina a diversos contratos, fundados na duração da vida humana; e dá tambem huma Taboa de Pensões Vitalicias postas em huma só vida, supondo a serie Necrologica de M. Halley.

M. Wargentin da Academia Real das Sciencias de Suecia, fez muitas investigações sobre a mortalidade humana, que applicou ao nosso assumpto. Estas observações fazem parte das Memorias da sobredita Academia, Tomo 16, anno 1754.

M. Euler deo á luz em o Tomo decimo-sexto das Memorias Berolinenses as suas investigações sobre a mortalidade e multiplicação do genero humano.

M. Lambert no Tomo primeiro da sua Miscellanea Mathematica, impressa em lingua Alemã na Cidade de Berlin, anno 1765, publicou sobre a duração da vida humana huma Theoria assás elevada, e de que apenas se julgaria susceptivel hum assumpto semelhante.

M.

DAS PENSÕES VITALICIAS

M. Sunmilch, Alemão, no anno 1765 fez pública em Berlin huma Obra curiosa sobre a sucessão da especie humana, à qual unio humas universaes Taboas de mortalidade.

M. Dupré de Saint-Maur, da Academia Franceza, fez grandes indagações sobre a mortalidade humana, servindo-se dos Registros Mortuários da Cidade de París e suas circumvizinhanças; deduzindo por fim series muito curiosas, que existem na Historia Natural de M. de Buffon, e que nós aqui ajuntamos.

Posto que Dom Gregorio Fontana queira contentar-se com o titulo de Traductor de M. Moivre, todavia os conhecimentos litterarios, que desenvolve no seu Discurso preliminar sobre quanto diz respeito ás probabilidades da vida humana; a exactão, e boa harmonia, que reinão na sua Analyse deste importante ramo da Arithmetica-Politica, fazem aquella Obra muito preciosa, e devem collocar o Author entre os que tem aperfeiçoado esta Scienzia.

Considerando porém a utilidade immediata, que o público pôde tirar deste genero de Obras, ninguem tratou esta materia com mais extensão e clareza do que o defunto M. Deparcieux, da Academia das Sciencias, na sua Obra intitulada „Ensaio sobre as probabilidades da duração da vida humana: „Ensaio huma só vez impresso em 1746, e que por esta razão se tem feito muito raro.

O Author publica as series Necrologicas e as Taboas de MM. Halley, Smart, Simpson, e Moivre; além de muitas outras observações, colhidas de diversas fontes, e das suas proprias assás numerosas, e feitas com todo o escrupulo; não se contentando com as referidas Taboas geraes de mortalidade, deo outras particulares para diversas classes de pessoas; folheou os Necrologios de muitos Mosteiros para estabelecer a serie Necrologica dos Religiosos; e os registros das Tontinas de 1689, e 1696, para determinar a serie Necrologica dos Tontinistas.

Desta ultima serie he que M. Deparcieux se servio para a construcção das suas Taboas de Pensões Vitalicias simples e

F

com-

compostas; não fallando em outras igualmente uteis e curiosas, que se podem ver na dita Obra. Nós tão sómente publicaremos a sua serie Necrologica, e a consequente Taboa de Pensões Vitalicias, calculada supondo o juro a 5 por 100, para que melhor possão ser comparadas com as novas Taboas que damos.

Parece-nos com tudo muito digno de attenção o que M. Deparcieux affirma a respeito do erro, em que estão varias pessoas, as quaes dizem que o Banco de Veneza recebe fundos, de que só paga pensões 10 annos depois de recebidos; pagando porém cada anno em recompensa tanto, quanto os mesmos fundos importão. Primeiro diz, que o facto he falso; entra depois em grandes discussões, e dá interessantes Taboas, relativas ao manejo desta qualidade de rendas: donde conclue, por exemplo, que supondo o juro de 5 por 100, huma pessoa de 27 annos deveria esperar não 10 annos, mas 35, para depois receber huma Pensão Vitalicia igual ao seu principal; e que só com os septuagenarios se poderia sem perjuizo fazer hum ajuste, como o que se attribue ao Banco de Veneza.

CAPITULO SEGUNDO.

Das diferentes series Necrologicas, e seu uso no cálculo das Pensões Vitalicias.

OS bons observadores dos passos da natureza, por entre infinitas irregularidades parciaes, sempre lhe descobrem huma lei geral e constante, da qual nunca se desvia; ainda que por exemplo cada homem morra como ao acaso, e sem poder assignar-se-lhe o limite da sua vida, he com tudo certo, que, considerando simultaneamente hum grande numero de homens iguaes na idade, e determinando a ordem successiva das suas mortes, a serie resultante he sensivelmente a mesma, quando se renova huma experienzia homogenea sobre outro qualquer numero de pessoas; e mais ainda se os climas considerados não di-

ver-

DAS PENSÕES VITALICIAS.

9

versificação muito, e os dous numeros se tomão ao acaso em individuos cujas profissões sejam analogas.

He este hum facto indubitavel, comprovado por hum grande numero de observações, das quaes publicamos algumas na presente Obra. Como a maior parte das observações referidas foi praticada sobre diversas classes de individuos, e em Paizes, cujas circumstancias igualmente diversificação, não devemos admirar-nos de encontrar algumas diferenças nas series Necrologicas deduzidas dellas; mas estas mesmas desigualdades, pela sua vantagem constante a favor daquelles que parecem ter direito a huma vida mais dilatada, por causa das circumstancias, em que vivem; e pela diminuição, que se lhes nota, á medida que as classes, ou outras causas de variação menos differem, provão igualmente a nossa asserção sobre as series Necrologicas, de modo, que não exigindo nesta materia huma exacção superior a ella mesma, e até superflua ao fim, onde semelhantes observações devem dirigir-se, descubriremos constantemente em cada serie huma graduação mortuaria assás distinta nas passagens de humas a outras idades; e se as observações recahirem sobre circumstancias diferentes, as series, aliás não semelhantes absolutamente, conservarão entre si huma razão relativa, que nunca poderemos deixar de conhecer: seria desnecessario pertender demonstrar, que tanta uniformidade e symmetria não podem ser obra do acaso: logo he claro, que a mortalidade humana segue realmente huma lei determinada: esta lei, como adiante veremos, parece tambem constante em todos os tempos para a mesma classe de pessoas.

Como he quasi impossivel reunir hum sufficiente numero de homens iguaes em idade; e saber o tempo da sua morte, os Authores de Taboas Necrologicas tentarão suprir esta impossibilidade, talvez com alguma imperfeição, servindo-se dos Registros Mortuarios: M. Dupré de Saint-Maur ordenou assim a serie Necrologica impressa na Historia Natural de M. de Buffon, e que publicamos na Taboa XVI.

Que-

Querendo fazer uso deste metodo, deveríamos servir-nos de todos os Necrologios, que nos fosse possível obter nos Paizes, cuja gradação de mortalidade pertendessemos conhecer; determinar o total dos mortos nelles conteúdos, e considerallos como em o instante do seu nascimento: no caso da serie sobredita, este numero he 23994.

Na columna destinada a conter os mortos entre quaequer idades proximas, poríamos o total dos obitos, que nos registros correspondem ao intervallo das mesmas idades: em o nosso caso os numeros dos mortos no primeiro, e no segundo anno de idade, ou desde o momento em que nascêrão até que completrão hum anno, e desde o fim do primeiro até o fim do segundo anno, são 6454, 2378.

Segue-se pois, que o numero total 23994 de vivos em o instante do nascimento se reduz a 17540, quando a sua idade he de hum anno; e que do mesmo numero 23994, só 15162 chegão a completar dous annos de idade: continuando da mesma sorte, completaremos em fim toda a Taboa de mortalidade.

He certo que no dito modo de operar suppõe-se os mortos dos Necrologios como se tivessem nascido em hum mesmo dia; mas esta suposição não pôde ter consequencia sensivel; e com effeito, ainda quando todos os individuos mencionados nascessem 80 annos antes ou depois, a duração das suas vidas, unico objecto que discutimos, não devêra ser alterado por huma semelhante causa.

Mas este metodo não he alias tão seguro como parece ao primeiro golpe de vista; na mencionada Obra de M. Deparcieux podem ver-se muitas razões, que assim o comprovão. Por exemplo, he evidente, que o concurso dos Estrangeiros, que vão a París em idade maior, deve fazer o numero dos adultos relativamente maior que o dos meninos; e maior do que alias seria segundo a marcha ordinaria da natureza: logo a mortalidade dos adultos será tambem maior segundo os Registros Mortuários, e por consequencia não poderá concluir-se delles huma verdadeira serie Necrologica.

Pa-

DAS PENSÕES VITALICIAS.

11

Para se poder concluir seguramente huma gradação da mortalidade humana, fundando-a nos Registros Mortuários de huma Cidade, seria necessário que ninguem entrasse ou saisse daquelle Cidade; e tambem que a população não augmentasse nem diminuisse: M. Halley julgou achar estas condições reunidas em a Cidade de Breslaw na Silesia, onde fez as suas observações.

Como nos Registros Mortuários se inscrevem as pessoas de todas as classes, he claro que as Taboas Necrologicas sobre elles construidas, contém a serie Necrologica universal; todavia he preciso além desta considerar outras series particulares.

Por exemplo: se determinassemos a serie Necrologica de hum grande numero de marinheiros, ou soldados, acharíamos que era mais rapida ou convergente, do que a sequencia geral. M. Deparcieux publicou huma serie Necrologica particular dos Religiosos e Religiosas: dando credito ás suas observações, e a outras muitas, que parecem dignas de confiança, as mulheres em geral vivem mais do que os homens, na razão de 21:20; e por consequencia as series Necrologicas masculina, e feminina não são inteiramente semelhantes.

Da mesma sorte a serie Necrologica das pessoas sobre quem ordinariamente se constituem Pensões Vitalicias, deve differir da serie universal; porque estas pessoas devem ser consideradas como gente escolhida, e por tanto com direito a huma existencia relativamente maior do que a ordinaria. A maior parte anda livre dos perigos companheiros de certos empregos; da extrema pobreza; e dos trabalhos violentos. Dos doentes e fracos poucos pertendem Pensões Vitalicias; e os Pais, que as põem nos seus filhos, tem o cuidado de escolher aquelles, cujo temperamento vigoroso promette huma longa duração.

Isto he confirmado pelas observações feitas sobre a mortalidade dos Pensionados e Tontinados, por cujo meio MM. Kerseboom e Deparcieux construirão as Taboas, que publicamos. Comparando-as com a serie Necrologica universal, dada por

G

M.

M. de Buffon , ver-se-ha que os Pensionados vivem ordinariamente muito mais do que os homens tomados ao acaso. Logo a pezar de ser sem dúvida curioso , e util em certos casos , ter a serie Necrologica universal , com tudo este conhecimento não interessa directamente o cálculo das Pensões Vitalicias , onde devemos ligar-nos á serie Necrologica particular da classe de homens , que fornece os Pensionados.

Parece pois que de todos os Authores , que tem reunido series de mortalidade , M. Kerseboom he o primeiro , cujas observações podem com razão applicar-se ao cálculo das Pensões Vitalicias. Logo não devendo as series universaes , fundadas nos Registros Mortuários , servir para o nosso assumpto , não as incluiremos nesta Obra ; exceptuando porém a de M. de Saint-Maur , da qual nos servimos em diversos cálculos , especialmente na determinação de certas Pensões Vitalicias , que dirigimos ao fim de fazer conhecer por este modo , ao menos em França , a razão das mesmas Pensões calculadas a respeito da serie universal , com as que se referem á serie particular dos Pensionistas.

M. Deparcieux no cálculo das Pensões Vitalicias postas em huma vida , servio-se da serie Necrologica por elle construida sobre os Registros das Tontinas de 1689 , e 1696 ; porém he de recear que cahisse no inconveniente contrario ao motivo pelo cálculo das Pensões relativo á serie universal. Com efecto sabem todos , que a Tontina he hum contrato , em virtude do qual certo numero de homens empresta huma quantia estipulada , recebendo depois annualmente durante a sua vida huma Pensão constante , a qual deve ser dividida por igual entre todos os que existirem vivos , até á morte do ultimo delles : ora como o numero dos associados he ordinariamente consideravel , deve acontecer que ao menos alguns cheguem a huma idade avultada ; por este motivo a Pensão dos Tontinistas nos primeiros annos de huma Tontina bem regulada , não he muito superior ao juro corrente do seu capital ; aquelles mesmos , cuja duração de vida he ordinaria , fazem hum contrato perjudicial ,

e

e toda a vantagem delle recahe nos que chegão a huma velhice extrema. Não sucede o mesmo aos Pensionados Vitalicios : huma vida de ordinaria extensão , que muitos podem gozar , basta para que não venhão a ter perjuizo ; de modo que se os Pensionados Vitalicios em hum Estado são pessoas escolhidas , os Tontinistas em geral ainda são mais bem escolhidos ; e quando se trata de preencher Tontinas , os interessados que não se julgão assás robustos , procurão na sua , ou em outra qualquer familia as pessoas mais sadias e fortes , em cujas vidas collocão o seu dinheiro , ou sobre cujas vidas o apostão.

Destas observações resulta , que as Pensões Vitalicias calculadas sobre a serie Necrologica dos Tontinistas , devem ser menores do que as correspondentes ás series dos Pensionados Vitalicios : esta he huma das razões , que fazem crer diminutas as Pensões , que se fundão nas Taboas calculadas por M. Deparcieux.

Como o nosso objecto he tratar das Pensões Vitalicias , pensamos que no cálculo das Taboas relativas a estas Pensões , devíamos servir-nos de huma serie Necrologica de Pensionados Vitalicios ; e adoptamos huma assima enunciada , que tem merecido universaes aplausos : he a que M. Kerseboom compoz com todo o escrupulo por meio de observações feitas em mais de hum seculo sobre os Pensionados Vitalicios da Hollanda , e Inglaterra.

Comparando esta serie com a de M. Deparcieux , ver-se-ha que ambas são assás parecidas entre si , e ás outras series Necrologicas assima nomeadas ; de maneira que em o nosso caso parece a dita serie preferivel a qualquer outra ; e que seria muito difficil compôr de novo alguma igualmente digna de credito.

Talvez se pense que as observações de M. Kerseboom , feitas em Hollanda e Inglaterra , devem produzir huma serie Necrologica tal , que as Pensões Vitalicias correspondentes sejam mais proprias para aquelles Paizes , do que para França , ou quaesquer outros Estados : tambem se pensará que a mortalidade

hu-

humana he diversa em diferentes tempos; que por exemplo he maior ou menor neste seculo do que nos passados ou futuros; e assim poderia succeder que as Taboas calculadas sobre a serie Necrologica presente se tornassem erroneas para o futuro.

Em quanto á primeira objecção, não podemos deixar de convir na diferença, que em climas muito diversos deve haver na serie Necrologica universal, e na particular dos Pensionistas: por este motivo as Pensões Vitalicias calculadas sobre a serie Necrologica das Ilhas da America serião consideravelmente maiores do que as de França; mas quando se trata de climas tão vizinhos e analogos, como a França, a Hollanda, e a Inglaterra, pequena diferença deve haver na gradação das suas respectivas series, especialmente na dos Pensionados, cujo genero de vida he quasi o mesmo nos ditos Paizes; e que pelas commodidades de que gozão, são muito menos sujeitos ás influencias do clima: logo parece que as nossas Taboas podem servir não sómente na França, mas tambem nos climas pouco diferentes do seu, o que comprehende a Europa inteira.

Em resposta á segunda objecção notaremos, que desde o tempo dos Patriarcas, ou pelo menos desde o tempo de David, não he verosimil que a gradação da mortalidade humana tenha variado nos mesmos climas. As idades hoje denominadas em França Mocidade e Velhice, assim forão chamadas tambem por todos os Authores antigos: Catão, o Censor, viveo 86 annos, e foi escolhido por Cicero para fazer delle o Apologista da Velhice, no Tratado que compoz sobre este assumpto. Na mesma Obra, Platão morto aos 81 annos com a pena na mão, he citado como exemplo de huma bella e feliz Velhice. Pythagoras, o Poeta Simonides, o Rhetorico Isocrates, Anacreonte, e outros muitos forão olhados pelos seus contemporaneos como favorecidos da natureza por este lado: da mesma forte avaliamos nós agora os exemplos de vidas igualmente longas, que muito frequentemente vemos com os nossos olhos. O Poeta Ennio viveo menos de 70 annos, e elle mesmo se compara a hum

hum fogoso cavallo, que tendo muitas vezes levado a palma nos jogos Olympicos, descança depois de velho: Sofocles, que conservou o vigor de espirito bastante para compôr o seu Edipo em 84 annos de idade, he talvez hum exemplo unico em toda a antiguidade: semelhante entre os Modernos existe outro Poeta célebre, que parecido muito singularmente ao Sofocles, acaba de publicar na mesma idade, e com igual acceptação huma Obra semelhante. Querendo com M. de Buffon medir a duração da vida dos animaes pelo tempo do seu crescimento ou desenvolvimento, grande numero de passagens dos Authores antigos comprova, que em outro tempo o desenvolvimento do homem durava tanto como hoje.

Ha por tanto razão para crer, que, geralmente fallando, a gradação das series Mortuarias ou Necrologicas nos mesmos climas sempre tem sido constante.

Todavia não devemos passar em silencio, que actualmente os limites ordinarios da vida na Italia não concordão com o que Plinio refere das Observações feitas por occasião do alistamento executado no tempo dos dous Vespasianos, Pai e Filho; porque segundo este Author (1), achárao no Paiz comprehendido entre o Apennino, e o Pó 22 velhos de 110 a 140 annos, e deste numero sómente 6 tinhão menos de 120 annos: a oitava região da Italia (2) continha então 54 homens de 100 annos, 14 de 110 annos, 2 de 125, 4 de 130, 4 de 135 a 137, 3 de 140. O Author Italiano assíma referido com razão se admira deste prodigioso numero de velhos de huma idade, á qual em os nossos dias ninguem chega nos mesmos climas; elle pensa dever attribuir principalmente esta diferença ao temperamento mais robusto, e á sobriedade maior entre os antigos Povos da Italia: mas esta razão parece contradizer quanto os Authores contemporaneos escreverão sobre a corrupção dos costumes, que naquelle época se tinha diffundido em todas as classes do Es-

H

(1) Plinio, Hist. Liv. VII. Art. 49.

(2) He a Romagne.

tado. Não seria mais natural crer, que o mesmo Plínio foi enganado sobre este artigo? Que estes velhos, ou pelo geral desejo, que todos tem de parecerem extraordinarios, ou para excitarem a commiseração, exageravão as suas idades? Idades, em cuja verificação os alistarores não interessavão? E em fim, que estas observações não podem compensar as que nos restão contrarias; e as induções, que devemos tirar da attenção, que a natureza mostra em conservar as especies, que continuamente se avizinharião á sua destruição completa; e talvez deverião já ter chegado a ella, se a duração dos individuos fosse diminuindo?

Adoptada pois a serie Necrologica, se quizermos ter huma idéa do seu uso no cálculo das Pensões Vitalicias, imaginaremos que de hum determinado numero de pessoas daquella idade, cada huma empresta huma certa e igual quantia; e que quem recebeo todos os ditos capitaes, os põe logo a juro: ultimamente que no fim de cada anno o devedor recebe o juro correspondente a todo o capital, e demais huma porção do mesmo capital, para de ambos pagar aos seus crédores, ou Pensionados Vitalicios: he evidente que o cálculo deve ser tal, que quando os Pensionados, segundo a gradação da serie Necrologica adoptada, tiverem morrido, nada deva restar ao devedor assim dos capitaes, como dos juros que recebeo; pois deste modo nada terá perdido, nem ganhado no empréstimo; e por consequencia ninguem será lezado: tal he o fundamento geral do cálculo das Pensões Vitalicias.

Difsemos que se devia julgar o Recebedor, Devedor, ou Pensionante, como tendo posto a juro o dinheiro, que recebeo dos Capitalistas, Crédotores, ou Pensionados; porque de qualquer modo que o distribua, deve suppôr-se que lhe resulta hum interesse; ora he manifesto, que á medida do maior interesse que lhe resultar, deve crescer a Pensão Vitalicia correspondente ao mesmo Capital, e á mesma idade: esta he a causa, por que no cálculo das Pensões Vitalicias he preciso determinar primeiro o

ju-

juro, por exemplo, de 5 : 100, com que pertendemos ou devemos contar, e conceber que o cálculo de huma Pensão Vitalicia correspondente a hum juro determinado se reduz a conhecer qual he a Pensão Vitalicia equivalente a huma renda annual perpétua de 5 por 100 do capital recebido.

Feito o cálculo desta maneira, se o juro viesse depois a subir ou a descer, não se poderia induzir perda ou ganho para os Contratantes; pois que tendo todos corrido igual risco, entrarão, por assim dizer, em hum jogo igual; só se pôde concluir, que o contrato veio a ser mais ou menos favoravel ao devedor ou aos crédores. A tarifa ordinaria consiste em tomar por base destas especulações o juro corrente ao tempo do contrato; mas supondo conhecidas as variações do juro em certas épocas, e querendo calcular a vitalicia com attenção ás ditas variações, poderemos servir-nos de hum methodo analogo ao que vai enunciado em o numero LXIII. da Segunda Parte.

Operando pelo modo precedente, poderemos, se nos parecer, determinar a vitalicia, attendendo tambem aos meios, que o devedor tem para pagar. Para este fim he preciso reflectir, que estabelecido hum juro, do qual podemos ser pagos sem correr o menor risco de perder o capital, deveremos exigir hum juro tanto maior, quanto maiores forem os riscos, que se correrem no empréstimo; e se pudessemos prefixar estes com exacção, com exacção igual determinaríamos o juro correspondente. Supponhamos pois que se queira emprestar a hum sujeito, cujo estado he tal, que se lhe possa emprestar dinheiro a 6 por 100 de juro; este deverá ser o mesmo juro, que sirva de base ao cálculo da Pensão Vitalicia, levando em conta o estado pecuniario do devedor.

Parece que os antigos Romanos não conhecêram methodos tão exactos para a determinação das Pensões Vitalicias; mas varias passagens das suas leis dão a entender, que elles sentiram bem as diferentes circumstancias (1), a que devião aten-

der

(1) Lei 8, §. 10, no Digesto, de Transact.

der em occasões semelhantes , e avaliavão (1) estas pela vida provavel dos Pensionados em todas as idades , conforme a ordem commum.

O célebre Jurisconsulto Ulpiano , Prefeito do Pretorio no tempo de Alexandre Severo , e que parece ter-se ocupado muito com esta materia , traz mesmo a Taboa destas probabilidades : della se conclue , que naquelle tempo olhavão a vitalicia correspondente a huma pessoa , cuja idade era inferior a 20 annos , como se devesse ser paga por espaço de 30 annos ; que se avaliava durar 28 annos a dos Pensionados entre 20 e 25 annos ; 25 annos a dos Pensionados entre 25 e 30 annos ; 22 a dos 30 a 35 annos ; 20 a dos 35 a 40 ; a Pensão desde 40 até 50 annos avaliava-se em tantos annos menos hum quantos á idade proposta faltavão para 60 ; a dos 50 até 55 annos avaliava-se em 9 annos ; a dos 55 até 60 em 7 annos ; a dos 60 por diante em 5 annos. Daqui pôde concluir-se , que os antigos Romanos fizerão algumas reflexões sobre as probabilidades da vida humana ; razão nova para crer , que elles conservavão Registros Mortuarios.

Porém comparando as Taboas precedentes com as da nosfa Obra , acharemos huma diferença grande ; e com toda a facilidade concluiremos , que as dos Romanos não merecem confiança. Por exemplo he claro , que aos 55 annos huma Pensão Vitalicia deve provavelmente durar mais de 5 annos. O mesmo Ulpiano , depois da passagem citada , faz muitas mudanças nas ditas avaliações , o que prova quanto ellas erão vagas e incertas. D. Gregorio Fontana attribue este erro ao pouco uso e conhecimento , que os Romanos tinhão das combinações , e mais cálculos desta especie : o que bem parece verosímil a quem reflecte quanto degenerou entre os Romanos a Geometria cultivada pelos Gregos com tanta extensão e proveito ; mas ainda a quem attende á pouca exacção de que as suas observações erão suscetiveis , pois que no espaço de quasi 650 annos , decorridos

(1) Lei 68 , no Digesto , ad legem falcidiam .

dos entre os tempos do Rei Servio Tullio e do Imperador Vespasiano , sómente houverão 75 alistamentos , e que desde esta ultima época inteiramente se deixáron de os fazer. De todo o modo se reflectimos que no fim do seculo passado nem tinhamos pensado ainda em determinar as Pensões Vitalicias , por meio das probabilidades da vida humana , sendo tão grande a utilidade que tiramos de conhecer a sua Theoria , e tantos os meios de o poder conseguir , seremos mais obrigados a admirar as sábias instituições dos antigos Romanos , e quanto se empregavão em aperfeiçoar as suas leis , do que a estranhar que elles não chegasssem os ditos cálculos á sua maior perfeição.

Examinando as Pensões Vitalicias , que nas Taboas correspondem a todas as idades , talvez nos surprehenda serem tão pequenas em comparação das que ordinariamente nos offerecem ; ha mesmo quem não se julga pago como deve ser , quando os pagamentos correspondem á serie Necrologica publicada por M. de Buffon ; a qual , segundo vimos , he muito perjudicial ao Pensionante. Neste tempo , em que o juro usual corre a 5 por 100 , ouve-se muitas vezes dizer , que aos 50 , e mesmo aos 40 annos , se deve receber 10 por 100 de Pensão Vitalicia , o que se aparta muito da verdade : mas ponderando em que os offerecedores de Pensões tão excessivas pedem emprestado assim , por não acharem quem lhes empreste com Pensão perpétua e annual , segundo o juro ordinario ; e que diversas razões os determinão a não pedirem empréstimos desta natureza com hum juro superior ao ordinario , concluir-se-ha que pedem hum empréstimo a pagar em Pensões Vitalicias , onde vai incluida huma especie de usura ; a maior parte está consequentemente muito individuada , e os que se deixão illudir com as apparencias de huma renda grande , ficão muitas vezes castigados com a fallencia ou québra dos seus devedores.

Por outra parte o dinheiro posto a juro deixa a esperança de se tornar a possuir por meio ou de reembolço , ou de traspasso , ou porque muitos empréstimos semelhantes são condicio-

naes relativamente ao tempo da sua duração ; deste modo goza-se não sómente o interesse do juro , como tambem a liberdade de dispôr do capital quando bem nos pareça : liberdade , que não tem lugar nas Pensões Vitalicias ; por esta causa os que negoceão em Pensões deste genero , pertendem contrapezar o dito perjuizo , exigindo Pensões correspondentes a juros maiores.

Mas sejão quaes forem as razões , que de alguma sorte podem autorizar os Capitalistas a pedirem Vitalicias relativamente maiores do que o juro ordinario , huma necessidade absoluta he só quem pôde desculpar a facilidade , com que os Governos , e os Particulares concedem Vitalicias tão superiores ás que vâo calculadas na presente Obra. Poderíamos citar exemplos recentes de emprestimos sobre huma ou muitas vidas , correspondentes a um juro tão alto , que se fosse conhecido , sem dúvida diminuiria por extremo o credito dos Pensionantes.

He certo que os Pensionados gozando ha tanto tempo de Pensões exorbitantes , não concorrerião agora a emprestimos , donde tiraſsem hum lucro mais racionavel ; porém quaeſquer que sejão as especulações , a que nos vejamos reduzidos , não he verosimil que nos poſão conduzir a maiores perjuizos do que os emprestimos a pagar em Vitalicias taes , como ordinariamente vemos praticar. A esta causa deve attribuir-se parte da desordem das Finanças em alguns Estados da Europa : estes ruininosos cálculos são adoptados pelas corporações e pelos particulares , que fiados nos exemplos dos Governos , pensão que os referidos Juros Vitalicios são os que realmente devem ser pagos , de forte que o público vive por isto em hum erro , que muito importa mostrar-lhe ; e que as experiencias e cálculos publicados por muitos Authores , ha muito tempo deverião ter rectificado.

Estes emprestimos ainda serião mais damnosos se se fizesssem geraes as finas especulações de alguns Banqueiros estrangeiros : eis-aqui em que estas consistem.

Escolhem hum paiz salutifero , para alli collocarem as suas Pensões em meninos de 5 até 10 annos , que fazem inocular quando ainda não tem tido bexigas , e dos quaes cuidão depois , ao menos quando estão doentes : sendo homens , obrigão-nos , por meio de huma tenue pensão , a não sahirem do seu paiz , e a não exercerem occupações perigosas.

He claro que estas creanças , a cujo respeito se previnem assim tantas causas ordinariamente mortiferas , devem viver em geral mais do que o commun dos Pensionados : não he possivel assignar a exacta Pensão Vitalicia , que lhes compete , pois que seria preciso ter formado antes huma serie Necrologica desta classe de homens ; mas como os Tontinistas são ordinariamente escolhidos tambem com grande cuidado , não se deve temer erro consideravel , assimelando estes Pensionados aos Tontinistas ; e como M. Deparcieux , feita a serie Necrologica dos Tontinistas , calculou as consequentes Taboas de Pensões Vitalicias , que nós fazemos imprimir na Taboa XVI. , poderemos servir-nos delas , a fim de assignar pouco mais ou menos o que compete á dita classe particular de que fallamos.

Quando o numero dos Pensionados he attendivel , como acontece nos emprestimos pedidos pelos Governos , a sua mortalidade real differe ordinariamente pouco de huma serie Necrologica bem escolhida , de modo que supondo os cálculos bem feitos , pouco pôde o Governo lucrar ou perder ; mas quando se trata de emprestimos feitos a particulares , onde o numero dos Pensionados ou Capitalistas he ordinariamente limitado , mais acasos ha que correr nesta apostila , a qual he com tudo igual para todos.

He evidente que poderíamos dar huma Pensão Vitalicia superior á das Taboas ás pessoas ameaçadas de morte proxima , em consequencia do estado da sua saude , dos perigos da sua profissão , &c. Não he possivel dar regras geraes para estes casos ; e as Taboas só podem considerar as pessoas , que pouco mais ou menos pertencem á ordem commun , e que fôrmão o maior numero.

Os Governos , pela precisão de dinheiro , algumas vezes abrem empréstimos de todas as vidas ; quero dizer , dando pelo mesmo Capital a mesma Pensão Vitalicia aos Capitalistas , qualquer que seja a sua idade . Estes empréstimos são quasi sempre muito danosos aos Pensionantes , porque se tão sólamente offerecem a Pensão , que corresponde ás pequenas idades , as maiores achando-a muito pequena , deixão de concorrer ao empréstimo , que por esta causa não se completa ; offerecendo a pensão propria da idade media , os menores concorrerão com os médios , e o empréstimo causará perjuizo .

He por outra parte evidente a impossibilidade de assinalar a Pensão média correspondente a hum empréstimo sobre todas as vidas , sem o prévio conhecimento das idades de todos os futuro-interessados , conhecimento ordinariamente impossivel . Todavia para satisfazer esta questão com a exacção , que pôde admittir , tem-se supposto que a estes empréstimos concorrem por igual pessoas de todas as idades desde 5 até 60 annos ; sommando pois as 56 Pensões Vitalicias proprias destas idades , e dividindo a somma por 56 , teremos huma Pensão média , que se pôde olhar como igual á que verdadeiramente deve corresponder a hum empréstimo semelhante : estas Pensões assim calculadas para todos os casos diversos , são quasi as mesmas que competem á idade de 40 annos . Supposto o cálculo precedente , se o empréstimo fosse preenchido por muita gente moça , o Pensionante faria hum contrato ruinoso ; mas tambem deve considerar-se que ha grandes razões para crer , que o maior numero de Pensionados Vitalicios não tenha pouca idade ; só depois das primeiras idades he que se pôde entrar em Pensões Vitalicias , porque antes poucos administrão os seus bens , e poucos dispõem assim delles : por quanto só depois de ter escolhido hum determinado modo de vida he que nos resolvemos a distribuir o nosso dinheiro por esta maneira .

A Loteria aberta pelo Governo em o principio do anno 1777 , contém hum empréstimo deste genero . O Rei por 24

mi-

milhões que recebeuo , obrigou-se a pagar 720000 lb. de juro annual perpétuo , e 1090000 lb. de Pensões Vitalicias sobre todas as vidas . Em o num. XXXII. da Segunda Parte desta Obra daremos hum cálculo muito simples deste empréstimo ; donde resulta , que vem a ser equivalente a outro igual que pagasse o juro de 6 por 100 , na fórmula do costume .

Sabe-se que as Tontinas se dividem em classes compostas de hum certo numero de Tontinistas , quasi todos da mesma idade ; que o Tontinante recebe de cada hum igual porção , pela qual se obriga a pagar-lhe huma mesma Pensão Vitalicia ; e que demais , como já dissemos , as Pensões dos defuntos se distribuem por igual aos vivos ; e assim a Pensão total deve ser paga até á morte do ultimo que restar . He por tanto claro , que supondo 200 Tontinistas , o Tontinante obriga-se a pagar huma Pensão Vitalicia constituida sobre 200 pessoas da mesma idade : logo este genero de empréstimos acha-se comprehendido nas Pensões Vitalicias , e por consequencia no plano desta Obra .

Segundo a opinião commun , somos devedores desta invenção engenhosa e util ao Napolitano Lourenço Tonti , que a fez conhecer á França em 1663 ; mas o estabelecimento da primeira Tontina foi em 1689 , seguindo-se logo a de 1696 : huma dellas extinguio-se em 1726 , com a morte da mulher de hum Barbeiro (1) de 96 annos de idade , a qual tinha entrado em ambas com 300 lb. , e ao tempo da sua morte gozava 73500 lb. de renda .

Deve-se notar , que de todos os Contratos Vitalicios , nem ha que exija do créder mais confiança do que a Tontina , por quanto em huma Tontina bem calculada , as vantagens para os Capitalistas , especialmente para os de pouca idade , ficão por extremo remotas ; e assim devem offerecer-se-lhes grandes seguranças para os tranquilizar a respeito dos multiplicados sucessos , que em tão grande espaço de tempo lhes sobrevênhão ; parece pois que debalde abriria hum empréstimo a pa-

K

gar

(1) De hum Cirurgião , segundo outros .

gar em Tontinas aquelle Governo , cujo credito não estivesse bem firmado.

C A P I T U L O T E R C E I R O.

Que contém a descripção e uso das Taboas de Pensões Vitalicias.

ACABAMOS de demonstrar , que o juro do dinheiro influe precisamente na determinação das Vitalicias ; as Taboas , que publicamos , são calculadas supondo o juro a 5 e a 6 por 100 : paramos no juro de 6 por 100 , porque o julgamos dos mais fortes que se podem ambicionar: não tratamos dos inferiores a 5 por 100 , porque as diferentes razões assim expostas fazem parecer inverosimil , que os Pensionados Vitalicios se contentem com hum juro menor. Por isto todas as Taboas , que damos á luz , são duplicadas , excepto as 14, 15 , e 16 dirigidas , como veremos , a hum caso particular.

Se em lugar dos ditos juros se exigisse a Pensão correspondente ao de $5\frac{1}{2}$ por 100 , poderíamos sommar ambas as Pensões calculadas nas hipóteses de 5 e 6 por 100 , e tomar metade da somma. Tratando-se , por exemplo , da Pensão Vitalicia , que se deve dar por 100^{lb.} de capital a huma pessoa de 50 annos de idade , vê-se na Taboa I. , que supondo o juro a 5 por 100 , a Pensão deve ser - - - - - 9^{lb.} 8^d mas fendo de 6 por 100 , he

Somma 18 18 6
Logo a $5\frac{1}{2}$ por 100 , será 9 9 3
Este methodo he de approximação ; mas do seu uso não pôde resultar erro consideravel. (1)

Sup-

(1) Querendo usar dos nossos reis em lugar das libras de França ; e vendo que a 50 annos de idade corresponde 9^{lb.} 0^f 8^d , supposto o juro a 5 por 100 , diremos se a 100^{lb.} = 24000^d corresponde 9^{lb.} 0^f 8^d = 2168^d , a 100 reis corresponderão $\frac{2168}{240}$ reis ; donde se tira esta regra : » Reduza-se a dinheiros o que se

(1) De pura Quantidade

Supondo conhecida a idade dos Pensionados , e o juro , sobre que deve fundar-se o cálculo , pôde perguntar-se :

Primeiro: Que Pensão corresponde a hum Capital?

Segundo: Que Capital corresponde a huma certa Pensão?

Estas duas questões são essencialmente as mesmas ; ou para melhor dizer , resolvida huma delas , a outra resolve-se com huma simples regra de tres. Por exemplo , supposto hum juro de 6 por 100 , e a idade de 26 annos , sabe-se pela Taboa I. , que a Pensão sobre huma vida deve ser 8^{lb.} por cada 100^{lb.} de Capital. Donde se segue , que huma Pensão de 8 libras dada a huma pessoa de 26 annos de idade , equivale a hum Capital de 100 libras : logo se nos perguntarem a que fundo corresponde huma Pensão de 40 libras dada a hum individuo de 26 annos , vê-se que vale 500 libras , supposto o juro de 6 por 100 .

Semelhantemente , se em huma certa idade , e hum juro determinado , 100 lb. de Pensão Vitalicia devem ser avaliadas em 1000 lb. , he claro que nas mesmas hipóteses , 10 libras he a Pensão correspondente a 100 libras.

Poderíamos pois satisfazer-nos , dando Taboas para hum destes dous casos ; e deixando as regras de tres , para serem feitas por aquelles , a quem fossem precisas ; mas a fim de facilitar e generalizar mais o uso das Taboas , julgámos do nosso dever calcular os dous casos. Por tanto , conhecido o juro e idade , acharemos não só a Pensão correspondente a 100 lb. de Capital , mas tambem o Capital correspondente a 100 lb. de

achar na Taboa , e o resultado dividido por 240 , mostrará a Pensão correspondente a 100 reis.

Se agora quizessemos a Pensão correspondente a 400000 reis , claro he que o resultado para 100 reis deve ser multiplicado por 4000 ; mas neste resultado ha o divisor 240 : logo tudo se reduz a multiplicar os dinheiros dados pela Taboa por $\frac{4000}{240} = \frac{100}{6}$; isto he , tudo se reduz a ajuntar-lhe duas cifras , e tomar a sexta parte ; assim no exemplo precedente , acharemos que a Pensão correspondente a 400000 de Capital he $\frac{216800}{6} = 36133 \frac{1}{3}$ reis.

gar em Tontinas aquelle Governo , cujo credito não estivesse bem firmado.

C A P I T U L O T E R C E I R O.

Que contém a descripção e uso das Taboas de Pensões Vitalicias.

A Cabamos de demonstrar , que o juro do dinheiro influe precisamente na determinação das Vitalicias ; as Taboas , que publicamos , são calculadas supondo o juro a 5 e a 6 por 100 : paramos no juro de 6 por 100 , porque o julgamos dos mais fortes que se podem ambicionar: não tratamos dos inferiores a 5 por 100 , porque as diferentes razões assim expostas fazem parecer inverosimil , que os Pensionados Vitalicios se contentem com hum juro menor. Por isto todas as Taboas , que damos á luz , são duplicadas , excepto as 14, 15 , e 16 dirigidas , como veremos , a hum caso particular.

Se em lugar dos ditos juros se exigisse a Pensão correspondente ao de $5\frac{1}{2}$ por 100 , poderíamos sommar ambas as Pensões calculadas nas hypotheses de 5 e 6 por 100 , e tomar metade da somma. Tratando-se , por exemplo , da Pensão Vitalicia , que se deve dar por 100^{lb.} de capital a huma pessoa de 50 annos de idade , vê-se na Taboa I. , que supondo o juro a 5 por 100 , a Pensão deve ser - - - - - 9^{lb.} 8^d mas fendo de 6 por 100 , he

Somma 18 18 6
Logo a $5\frac{1}{2}$ por 100 , será 9 9 3
Este methodo he de approximação ; mas do seu uso não pôde resultar erro consideravel. (1)

Sup-

(1) Querendo usar dos nossos reis em lugar das libras de França ; e vendo que a 50 annos de idade corresponde 9^{lb.} 0^f 8^d , supposto o juro a 5 por 100 , diremos se a 100^{lb.} = 24000^d corresponde 9^{lb.} 0^f 8^d = 2168^d , a 100 reis corresponderão $\frac{2168}{240}$ reis ; donde se tira esta regra : » Reduza-se a dinheiros o que se

(1) De puro Cálculo , sem o uso das Taboas.

Supondo conhecida a idade dos Pensionados , e o juro , sobre que deve fundar-se o cálculo , pôde perguntar-se :

Primeiro: Que Pensão corresponde a hum Capital?

Segundo: Que Capital corresponde a huma certa Pensão?

Estas duas questões são essencialmente as mesmas ; ou para melhor dizer , resolvida huma delas , a outra resolve-se com huma simples regra de tres. Por exemplo , supposto hum juro de 6 por 100 , e a idade de 26 annos , sabe-se pela Taboa I. , que a Pensão sobre huma vida deve ser 8^{lb.} por cada 100^{lb.} de Capital. Donde se segue , que huma Pensão de 8 libras dada a huma pessoa de 26 annos de idade , equivale a hum Capital de 100 libras : logo se nos perguntarem a que fundo corresponde huma Pensão de 40 libras dada a hum individuo de 26 annos , vê-se que vale 500 libras , supposto o juro de 6 por 100 .

Semelhantemente , se em huma certa idade , e hum juro determinado , 100 lb. de Pensão Vitalicia devem ser avaliadas em 1000 lb. , he claro que nas mesmas hypotheses , 10 libras he a Pensão correspondente a 100 libras.

Poderíamos pois satisfazer-nos , dando Taboas para hum destes dous casos ; e deixando as regras de tres , para serem feitas por aquelles , a quem fossem precisas ; mas a fim de facilitar e generalizar mais o uso das Taboas , julgámos do nosso dever calcular os dous casos. Por tanto , conhecido o juro e idade , acharemos não só a Pensão correspondente a 100 lb. de Capital , mas tambem o Capital correspondente a 100 lb. de

achar na Taboa , e o resultado dividido por 240 , mostrará a Pensão correspondente a 100 reis.

Se agora quizessemos a Pensão correspondente a 400000 reis , claro he que o resultado para 100 reis deve ser multiplicado por 4000 ; mas neste resultado ha o divisor 240 : logo tudo se reduz a multiplicar os dinheiros dados pela Taboa por $\frac{4000}{240} = \frac{100}{6}$; isto he , tudo se reduz a ajuntar-lhe duas cifras , e tomar a sexta parte ; assim no exemplo precedente , acharemos que a Pensão correspondente a 400000 de Capital he $\frac{216800}{6} = 36133 \frac{1}{3}$ reis.

Pensão ; e isto para todas as idades até 80 annos inclusivamente.

Como poucas pessoas chegam a maior idade, e entre elles quasi se não encontra quem queira entrar em Pensões Vitalicias, segue-se que as Taboas pertencentes a tais idades, se farião inuteis. Demais he preciso notar, que as observações da mortalidade, relativas a tão grandes idades, devem ter sido bem poucas em numero, e por isso menos seguras do que as outras: esta foi sobre tudo a razão, que nos determinou a suprimir aquellas Pensões.

As Taboas aqui publicadas são relativas ás Pensões Vitalicias sobre huma, duas, e tres vidas; e tambem ás Tontinas. Em quanto ás Vitalicias sobre quatro vidas, cinco, &c., além da nimia extensão dos cálculos, que a sua composição exige, não valem o trabalho de a comprehender, attendendo á grande raridate de semelhantes Pensões; demais em o numero 49 da Segunda Parte pôde ver-se como aliás se effectua a sua avaliação, sem risco de errar consideravelmente.

T A B O A I.

Na Taboa I. acha-se a serie Necrologica de M. Kerseboom: esta serie, bem como as outras da mesma natureza, contém as diversas idades, com os mortos, os vivos, e as vidas médias, que lhes correspondem, conforme vai indicado em os titulos das columnas: vê-se pois, que de 1400 pessoas vivas no instante do seu nascimento, ou em 0 de annos, morrem 275 no primeiro anno, 50 no segundo, &c. Por consequencia os vivos na idade de hum anno reduzem-se a 1125, os de dous annos a 1075, &c. Na idade de 5 annos, por exemplo, ha 964 vivos, que vão morrendo em diversos tempos: unindo pois todas estas vidas, vê-se que huns por outros andão por 44 annos e 5 mezes: daqui se segue ser esta a idade média correspondente a 5 annos.

Nesta serie Necrologica se funda o cálculo das nossas Taboas.

DAS PENSÕES VITALICIAS.

boas. Na I. vai o que se deve pagar de Pensão annual Vitalicia por hum Capital de 100 lb. sobre huma vida, conforme as suas diferentes idades: nenhuma dificuldade pôde haver no seu uso; por exemplo, querendo conhecer a Pensão Vitalicia, que compete a 100 de Capital sobre huma pessoa de 50 annos, acharemos $9^{lb.} 0^f 8^d$, ou $9^{lb.} 17^f 10^d$, conforme supuermos o juro a 5, ou a 6 por 100.

T A B O A II.

A Taboa II. mostra qual deve ser a Vitalicia correspondente a 100 libras sobre (1) duas pessoas de igual idade, ou de idades, que diffirão pouco; a saber, hum ou dous annos. Della nos serviremos como da Taboa I.: supondo pois o juro de 6 por 100, acharemos que $6^{lb.} 18^f 1^d$ he a Vitalicia correspondente a 100 lb. postas sobre duas pessoas de 30 annos de idade.

T A B O A III.

Para ter as Vitalicias sobre duas vidas de todas as idades diversas, seríamos obrigados a combinar estas idades entre si duas a duas; os cálculos serião immensos, e as suas Taboas extremamente longas; além do que, não precisaríamos tanta miudeza; contentamo-nos pois com a combinação de todas as idades, contadas de 5 em 5 annos desde o instante da nascença até os 80 annos.

Querendo servir-nos desta Taboa; e por exemplo, na hypothese do juro a 5 por 100, conhecer a Pensão correspondente a 100 lb. sobre duas pessoas, huma de 20, e outra de 60 annos, he preciso notar, que a menor das duas idades se en-

L

con-

(1) Para firmar idéa do que deveremos entender por Pensão sobre duas ou mais pessoas, diremos que esta expressão equivale essencialmente ao que entendemos por sobrevivencia de huns a outros; a saber, huma Pensão sobre duas vidas, quer dizer huma Pensão, que deve durar tanto, como durar a mais longa das ditas duas vidas, e assim por diante.

contra sempre primeiro á esquerda na columnia das idades; procuraremos pois a sequencia, onde a idade de 20 annos está á esquerda; e nesta defronte dos 60, se achará $6^{lb} 8^f 8^d$, Pensão procurada.

Quando as idades propostas não estão na Taboa, nem na precedente, será então preciso servir-nos das que mais se lhes approximão: por exemplo, se a Pensão Vitalicia he dada com sobrevivencia reciproca a duas pessoas de 30 a 31 annos, suporemos que se trata de duas pessoas de 30 annos, e assim pela Taboa II. determinaremos a tal Pensão. Tratando-se de huma Vitalicia sobre duas pessoas de 22 e 43 annos, substituindo-lhes 20 e 45 annos, na Taboa III. encontrariamo a solução da questão: e he preciso notar, que qualquer das idades não pôde differir das Taboas mais de $2\frac{1}{2}$ annos.

Na prática podemos servir-nos desta approximação: com tudo seria facil dar diversos methodos, fundados na combinação reciproca das Pensões Tabulares, para com maior exacção determinarmos as outras nestes casos, e nos seus analogos, que podem ocorrer, nas Vitalicias sobre tres vidas. Não fazemos agora menção destes methodos, que parecerão diffíceis e complicados aos Leitores inexpertos em semelhantes questões; mas daremos hum exemplo delles em o numero LXV. da Segunda Parte.

T A B O A IV.

Por meio da Taboa IV. se conhece a Vitalicia equivalente a 100 lb. sobre tres pessoas de igual idade, ou cujas idades differem muito pouco.

T A B O A V.

A Taboa V. mostra a Vitalicia, que deve dar-se por 100 lb. sobre tres pessoas, das quaes duas tem pouco mais ou menos a mesma idade, e a terceira diversifica de ambas.

Para nos servirmos desta Taboa, notaremos que pelas mes-

mas razões apontadas na applicação da Taboa III., as idades, de que se trata nella, são contadas de 5 em 5 annos; e as duas idades iguaes estão á esquerda na sua respectiva columnia. Assim querendo, por exemplo, na hypothese do juro a 5 por 100 saber a Vitalicia para 100 lb. sobre tres pessoas, das quaes duas tem 25 annos, e a terceira 50 annos, procuraremos primeiro a sequencia, cujos termos principião por 25, 25; e achando nela as tres idades 25, 25, 50, as correspondentes $50^{lb} 14^f 11^d$ denotarão a Pensão pedida.

T A B O A VI.

Pela Taboa VI. se conhicerá qual deve ser a Vitalicia por 100 lb. sobre tres pessoas, todas diferentes na idade. Nesta Taboa as idades seguem-se de 10 em 10 annos; e estão dispositas de modo, que a menor fica á esquerda, logo a média, e depois a maior: por consequencia, no caso do juro a 6 por 100, querendo saber a Vitalicia para 100 lb. sobre tres pessoas de 60, 20, e 40 annos, he preciso ordenar as tres idades da maneira seguinte, 20, 40, 60; depois buscaremos as sequencias, que principião por 20, entre estas acharemos huma, cujas duas idades primeiras são 20, 40; percorrendo-a, encontraremos a linha onde está 20, 40, 60, e defronte $6^{lb} 17^f 3^d$, Pensão pedida.

Se as idades propostas forem diferentes das Tabulares, em huma das Taboas IV., V., VI. tomariamo por dadas aquellas idades, que mais se lhes approximasse; e a Pensão correspondente se reputaria a verdadeira Pensão. Por exemplo, dando-se as idades 29, 30, e 32 annos, poder-se-hão suppôr tres idades de 30 annos, e estariamo reduzidos ao caso da Taboa IV. Sendo as idades de 29, 30, e 56 annos, poderiamos substituir-lhe na Taboa V. as idades 30, 30, 55. Se em fim tivessemos 34, 48, 61 annos, tomariamo na Taboa VI. as idades 30, 50, 60 annos.

Nesta Taboa damos também as Vitalicias correspondentes

a 100 lb. sobre todas as pessoas , sendo cada Pensão posta em huma , duas , ou tres vidas: entendemos por Vitalicia sobre todas as pessoas aquellas , onde o Governo offerece a mesma Pensão em troco do mesmo Capital , qualquer que seja a idade do Pensionado. A base fundamental deste cálculo consiste em suppor o numero dos Pensionados igualmente composto de todas as idades desde 5 até 60 annos : no Capitulo precedente fizemos ver , que esta suposição não parecia muito longinqua da verdade.

T A B O A VII.

He manifesto , que á medida que for maior a classe dos Tontinistas , tanto mais provavelmente hum delles chegará a huma idade proyecta : por outro lado , quanto mais velhos forem os Tontinistas , tanto maior deve ser a sua Pensão. Logo deve no cálculo attender-se á idade e numero dos Tontinistas , por isso damos Taboas das Pensões Tontinas para as diversas idades , contadas de 5 em 5 annos ; e nas diferentes suposições de serem as classes compostas de 100 , 400 , 700 , 1000 Tontinistas.

Na hypothese do juro a 5 por 100 , e de que o Governo abre hum emprestimo a pagar em Tontinas ; pertendendo saber a Tontina primitiva correspondente a 1000 lb. sobre cada Tontinista de huma classe composta de 400 pessoas entre 35 e 40 annos ; procurando na Taboa a classe 400 , e a idade referida , acharemos 52^{lb.} 17^f 1^d de Pensão.

O numero dos Tontinistas he ordinariamente maior que 100 , e menor que 1000 para cada huma das classes ; por tanto se não o encontrarmos nas Taboas , mas sim algum pouco diferente delle , tomaremos este por verdadeiro ; mas se differir consideravelmente , como por exemplo , na hypothese do juro a 5 por 100 , quando se trata de huma classe composta de 230 Tontinistas desde 25 até 30 annos ; como este numero he com pouca diferença o medio entre 100 e 400 , poderíamos adoptar a

Pen-

Pensão média entre as correspondentes a estas duas classes: ora neste caso a Pensão para 100 pessoas he	- 52 ^{lb.} 7 ^f 3 ^d
a de 400 pessoas	- - - - - 51 ^{lb.} 15 ^f 2 ^d
Somma	- - 104 ^{lb.} 2 ^f 5 ^d
Logo á classe proposta competem	- - - 52 ^{lb.} 1 ^f 3 ^d

Querendo pouco mais ou menos determinar o accrescimo da Tontina passado hum certo tempo , muito facilmente o acharremos pelo methodo apontado em o numero LIII. da Segunda Parte.

T A B O A VIII.

As Taboas precedentes mostrão quanto se deve dar de Pensão por hum certo Capital , segundo as diversas idades: estas agora mostrão nos mesmos casos o Capital correspondente a 100 lb. de Pensão. A Taboa VIII. dá o valor destas Pensões , quando se referem a huma só vida : o seu uso he tão simples como o da Taboa I. Supponhamos o juro de 5 por 100 , e que se pertenda saber o equivalente de huma Vitalicia de 100 lb. , que pertence a hum individuo de 40 annos de idade; vê-se na Taboa defronte de 40 , que o valor , ou Capital da Pensão deve ser 1287^{lb.} (1).

T A B O A IX.

A Taboa IX. inclue o valor das Pensões Vitalicias de 100 lb. postas sobre duas pessoas de idade igual , ou pouco diferente.

M TA-

(1) Nesta Taboa ainda he mais facil contar em reis ; pois he evidente , que se a 100 lb. correspondem 1287 lb. , a 100 reis corresponderão 1287 reis ; e logo a 400000 reis corresponderão 4000×1287 reis = 5148000: de modo que se estes 400000 reis , supposto o mesmo juro de 5 por 100 , representasssem a Pensão Vitalicia de cada huma de certas 5 pessoas , cujas idades fossem 61^{a.} 6^{m.} , 27^{an.} , 25^{an.} , 24^{an.} , e 22^{an.} 6^{m.} , os Capitales equivalentes serião por sua ordem os seguintes.

$$\begin{aligned} 4000 \times 876,5 &= 3,506.000 \text{ reis} \\ 4000 \times 140,8 &= 5,632.000 \\ 4000 \times 141,9 &= 5,676.000 \\ 4000 \times 142,7 &= 5,708.000 \\ 4000 \times 145,7 &= 5,828.000 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Total} - - 26.350.000 \text{ reis.}$$

T A B O A X.

A Taboa X. mostra o valor das Vitalicias de 100 lb. sobre duas pessoas de diferentes idades : he de attender, que a distribuição destas idades se conforma á da Taboa III.

T A B O A XI.

Por meio da Taboa XI. conhiceremos o valor das Vitalicias de 100 lb. postas sobre tres pessoas, cujas idades sejão nada ou pouco desiguales.

T A B O A XII.

A Taboa XII. contém a serie dos valores das Pensões sobre tres pessoas, das quaes duas tem a mesma ou quasi a mesma idade , sendo esta com tudo diferente da terceira : as idades dispostas como na Taboa V.

T A B O A XIII.

A Taboa XIII. indica o valor das Vitalicias de 100 lb. sobre tres pessoas diferentes na idade: as idades ordenadas como na Taboa VI.

Quando as idades propostas differirem das Tabulares, entre estas tomaremos como dadas as que mais se lhes approximarem , do modo que praticamos nas Taboas II., III., IV., V., VI., e dellas nos serviremos como se effectivamente fossem as propostas.

T A B O A XIV.

A Taboa XIV. contém a serie Necrologica universal establecida por M. Dupré de Saint-Maur sobre os Necrologios da Cidade de París e seus circuitos: nós a publicamos assim como vem na Historia Natural de M. de Buffon ; mas como foi empregada no cálculo das Pensões Vitalicias sobre huma vida, supondo o juro de 5 por 100, vimo-nos obrigados a fazer-lhe

al-

DAS PENSÕES VITALICIAS.

33

algumas mudanças, cuja necessidade se demonstrará em o numero XXXIII. da Segunda Parte. Nós já fizemos ver, que o Pensionante usando destes cálculos, ficaria perjudicado no contrato; e por tanto só os damos para facilmente se poderem comparar estas Pensões deduzidas da serie Necrologica universal com as da serie Necrologica particular dos Pensionados.

Na mesma Taboa incluimos a serie Mortuaria calculada por M. Deparcieux sobre os registros das Tontinas de 1689, 1696, e a Taboa das Vitalicias sobre hum individuo, que elle igualmente calculou , presupondo a dita serie e o juro de 5 por 100. No Capitulo precedente démos algumas razões, que nos pareceo provavão serem estas Pensões muito diminutas.

T A B O A XV.

A Taboa XV. offerece na hypothese do juro a 5 por 100 os valores das Pensões de 100 lb. sobre hum individuo , calculados em consequencia das series Necrologicas de M. Dupré de Saint-Maur, e de M. Deparcieux.

T A B O A XVI.

A Taboa XVI. suppõe os juros a 5 e 6 por 100 , e mostra quaes devem consequentemente ser as quantias pagas pelas Pensões de 100 lb., sendo os Impostos Reaes de 11 por 100, como actualmente são. Por exemplo, na hypothese do juro a 5 por 100, e que huma pessoa de 20 annos goze 100 lb. de Pensão annual Vitalicia ; e querendo fazer que esta Pensão pague o que lhe pertence do Imposto Real , deverá tirar-se-lhe 7^{lb.} 18^r 3^d cada anno, durante a vida do Pensionado.

T A B O A XVII.

A Taboa XVII. sómente serve para facilitar a intelligencia da Segunda Parte.

CAL-

C A L C U L O D A S P E N S Õ E S V I T A L I C I A S.

SEGUNDA PARTE

Onde se contém a Theorica das Pensões Vitalicias.

CAPITULO PRIMEIRO

Noções preliminares.

I. **S**UPPONDO que n , e b representem douis diuersos numeros de pessoas vivas, e combinando o numero n com o numero b , nb será o total das possiveis combinações de duas pessoas, que assim poderemos formar. Suppondo agora que na classe n morre hum numero m de pessoas, e na classe b hum numero t , facilmente acharemos a quantas das combinações nb succede morrerem ambas as pessoas que as formavão; a quantas huma só; e quantas restão onde ninguem morreo.

II. Com efeito: 1.^o visto serem m , e t os numeros de mortos, segue-se evidentemente que mt representa o total das combinações que he possível fazer com estes mortos, combinando-os a dous e dous; logo em o numero primitivo de combinações nb , a parte mt mostra as que ficárão com ambos os membros, ou pares mortos.

III. 2.º O numero m de mortos na classe n pôde ser combinado com os vivos $b-t$, a que se acha reduzida a classe b . O numero t de mortos pôde igualmente ser combinado com o de vivos $n-m$; logo em o numero total nb teremos a parte $n(b-t) + t(n-m)$ = ao numero de combinações a pares, onde hum só par morre.

A

IV.

C A L C U L O

IV. 3º O numero $n-m$ de vivos da classe n pôde tambem ser combinado com o da classe $b-b-t$; logo em o numero total $n-b$ de combinações pares, $(n-m)(b-t)$ mostra as que restão com os dous pares vivos.

V. Sendo $n=b$, teremos; numero total de combinações = n^2 ; numero dellas, onde ambos os pares morrêrão = mt ; numero onde hum só morreó = $m(n-t) + t(n-m)$; numero que resta com ambos os pares vivos = $(n-m)(n-t)$.

VI. Se em lugar das duas classes de vivos, e mortos, tivessemos ainda mais; se tivessemos por exemplo tres classes n, b, g , de vivos, e m, t, k , de mortos; e se pertendessemos saber a respeito destes combinados a tres e tres o mesmo que nas precedentes, onde os combinamos a dous e dous, achariamos ser.

Numero total das combinações ternares primitivas = nbg .

Numero das que ficárão totalmente extintas = mtk .

Numero daquellas, onde só dous morrêrão = $(n-m)tk + (b-t)mk + (g-k)mt$.

Numero das que tiverão hum só morto = $m(b-t)(g-k) + t(n-m)(g-k) + k(n-m)(b-t)$.

Numero das que restárão compostas de vivos inteiramente = $(n-m)(b-t)(g-k)$.

VII. Quando $n=b=g$, substituindo n em lugar de b , e g , teremos a quanto se reduz nesta hypothese cada huma das fórmulas precedentes.

VIII. Se em os paragrafos V., e VII. sómente nos servissemos de huma parte do numero total de combinações; ex. gr. se em o paragrafo V. onde o numero total de combinações = n^2 , tomarmos ao acaso $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ de n^2 , sómente se ha de encontrar $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ dos numeros que representão as combinações de dous mortos; as de hum morto, e hum vivo; e as de dous vivos.

Logo se do numero n^2 tomarmos sómente a porção n , será preciso dividir tambem por n as fórmulas que em o mesmo paragrafo V. mostrão o numero das combinações de dous mortos,

de

DAS PENSÕES VITALICIAS.

de hum morto, e hum vivo, e de dous vivos para ter as homogeneas que se incluem no dito, e tomado numero n .

IX. Logo, supondo hum certo numero n de viventes, cada hum dos quaes tenha, por assim dizer, hum parceiro, de modo que o todo inclua n de pares; se representarmos por m o numero de mortos entre os primeiros, e por t o numero de mortos entre os segundos, deve-se pensar (II., III., e IV.) que

1º O numero de pares onde ambos os parceiros morrêrão = $mt:n$.

2º O numero onde hum só morreó = $(m(n-t) + t(n-m)) : n$.

3º O numero onde ninguem morreó = $(n-m)(n-t) : n$.

X. Em o numero VII. onde se trata das combinações de tres a tres, se pertendermos considerar sómente n de combinações, será preciso dividir por n^2 as expressões determinadas nelle.

XI. Visto que mt (n.º II.) representa o numero de combinações pares totalmente extintas, e por consequencia $nbg - mt$ o daquellas, onde ambos os parceiros não morrêrão, poderemos apostar mt contra $nbg - mt$, ou $mt : (nbg - mt)$ contra 1, que morrêrão os dous individuos de qualquer combinação daquellas; ou que duas pessoas, das quaes huma pertence á classe n , e outra á classe b , ambas morrêrão; semelhantemente (III.) se concluirá que podemos apostar $(m(b-t) + t(n-m)) : (nbg - m(b-t) - t(n-m))$ contra 1 em como de quaequer duas pessoas, huma he morta, e outra existe; em fim (n.º IV.) pôde-se apostar $(n-m)(b-t) : (nbg - (n-m)(b-t))$ contra 1 em como nenhuma das pessoas assignadas morreó.

XII. Em quanto ao n.º VI. da mesma sorte provariamos que se pôde apostar $mtk : (nbg - mtk)$ contra 1, que morrêrão tres pessoas, cada huma das quaes pertence a huma das tres classes; com igual facilidade se poderá determinar quanto se deve apostar contra 1, em como as ditas tres pessoas, que formão huma das combinações, devem existir entre as combinações de tres mortos; entre as de dous mortos, e hum vivo; entre as de hum

mor-

morto, e dous vivos; ou em fim entre as de tres vivos. Por hum modo analogo obteremos as outras probabilidades sobre a vida, e morte das referidas tres pessoas; ex. gr. o que se deve apostar contra 1 sobre que ao menos duas dellas tem morrido.

XIII. Sendo $n=b=g$, a fórmula precedente, reduz-se a $mtk:(n^3 - mtk)$; e se de mais $m=t=k$, teremos $m^3:(n^3 - m^3)$, ou $m^q:(n^q - m^q)$; supondo $q =$ ao numero das pessoas assinaladas, e ao das classes a quem pertencem. Para mais commodamente empregarmos os logarithmos, notaremos, que $m^q:(n^q - m^q) = 1:(n:m)^q - 1$.

XIV. Do que temos dito segue-se, que deveremos apostar hum contra hum sobre a morte das tres pessoas, quando $mtk:(nbg - mtk) = 1$, ou quando $mtk = \frac{1}{2}nbm$; ou quando $m^q = n^q - m^q$, supondo $n=b=g$, $m=t=k$, e o numero das pessoas = q ; donde resulta $\log.m \approx \log.n = (\log.2):q$. Meios semelhantes podem conduzir-nos ao descubrimento das fórmulas proprias ao caso da aposta de 1 contra 1, em todas as mais circunstancias referidas no paragrafo XII.; igualmente poderemos applicar a muitas pessoas os raciocinios feitos a respeito das tres precedentes.

XV. Quando se considera o numero dos individuos, querendo attender tambem ás suas idades respectivas; por exemplo, duas pessoas, huma de 20 annos, e outra de 50; e se pertende saber quanto se deve apostar sobre estarem ambas mortas dentro de hum tempo determinado, ex. gr. em 30 annos, pôde-se olhar a de 20 annos, como pertencendo aos vivos existentes na série correcta de Mr. de Buffon (Taboa XIV.) que correspondem a 20 annos de idade, e cujo numero he 10786; a de 50 annos, como pertencendo á classe quinquagenaria, onde o numero de vivos he 5897; estes serão os numeros n , e b ; m , e t os numeros 4889, e 5294, correspondentes aos 30 annos, segundo a mesma Taboa, contados depois dos numeros n , e b . Substituindo estes valores na fórmula $mt:(nb - mt)$ do paragrafo

XI., achar-se-ha que devemos apostar $\frac{25882366}{63605042 - 25882366}$

ou

ou 0, 686 contra 1, que ambas as pessoas mencionadas tem morrido no espaço de 30 annos.

Logo poderemos tambem apostar 1 contra 0, 686, affirmando que as mesmas pessoas não tem morrido. Em fim pela fórmula $(n-m)(b-t):(nb - (n-m)(b-t))$ acharemos que pouco mais do que 0,059 contra 1 se pôde apostar, dizendo que estas pessoas ambas vivem.

XVI. Temos supposto sempre, que na determinação das probabilidades da vida de hum dado numero de pessoas, cada huma destas pertence a séries necrologicas semelhantes, mas nunca á mesma série. Ora he preciso notar que as probabilidades não são as mesmas em ambos os casos; por exemplo, no primeiro delles $m^2:(n^2 - m^2)$ representa quanto se pôde apostar contra 1 sobre serem mortas duas pessoas de igual idade; e no segundo será $n(m-1):(n(n-1) - m(m-1))$. A primeira hypothese parece mais natural de que a segunda; porque o numero das séries necrologicas semelhantes á que se tem adoptado, deve ser como infinito, attendendo ao total do numero dos homens; logo deve parecer mais natural a suposição de pertencer cada huma das pessoas designadas a huma série particular, do que suppor todas pertencendo em corpo a huma unica série.

Demais: para tratar a questão com todo o rigor, seria preciso que a série necrologica empregada comprehendesse todos os homens, ou pelo menos aquelles, de cuja especie se trata; então $m'(m'-1):(n'(n'-1) - m'(m'-1))$ seria quanto se devesse apostar contra 1 sobre a morte das duas pessoas existentes na mesma série, supondo que n' , e m' representem os mortos da série universal; mas em tal caso a razão arithmetică de n' , e m' ao numero 2 de que se trata, ou a qualquer outro que nos fosse preciso, poderia reputar-se sem limite em augmento; o que reduziria a fórmula a $m'^2:(n'^2 - m'^2) = m^2:(n^2 - m^2)$ quando m , e n são proporcionaes a m' , e n' , como aliás deve acontecer se a Taboa necrologica particular for boa. Logo a nossa hypothese he legitima.

XVII. Querendo saber em que tempo se pôde apostar por igual sobre a morte das mesmas duas pessoas, vê-se pelo numero XIV., que isto acontecerá, quando $mt = \frac{1}{2}nb$: iremos pois seguindo as Taboas, até encontrar o tempo, em que os dous numeros de mortos são tales, que tenhamos $mt = \frac{1}{2}nb$, e este será o tempo desejado: na questão presente $\frac{1}{2}nb = 31802521$. Ora se tomarmos os numeros m , e t de mortos, que em 34 annos correspondem ao numero n de vivos de 20 annos, e ao numero b de vivos de 50 annos, acharemos $m=5500$, $t=5610$; logo $mt = 3085500 < \frac{1}{2}nb$. Logo devem passar mais de 34 annos para apostarmos por igual que dentro deste tempo tem morrido as duas pessoas de quem se trata: supondo pois que o procurado numero de annos seja 35, e operando por hum modo analogo ao que servio para o numero 34, acharemos $m=5650$, $t=5663$, e logo $mt = 31995950 > \frac{1}{2}nb = 31802521$. Será pois o tempo até agora incognito > 34 annos, e < 35 ; porém mais proximo aos 34 annos.

Supondo que as pessoas da questão tem a mesma idade, e o seu numero = q , será preciso (n.º XIV.) que $\log.m + \log.n = (\log.2) : q$ para se apostar 1 contra 1 em como todas as pessoas tem morrido; assim conhecidos n , e q , poderemos achar directamente o valor de m , e logo o tempo pedido. Trate-se por exemplo de 10 pessoas de 20 annos; das Taboas tiraremos $n=10786$; $q=10$; temos pois $\log.m=4,002757$; e logo $m=10064$: he consequentemente preciso que do numero 10786 tenhão falecido 10064, o que, segundo as Taboas, só acontece depois de terem chegado aos 79 annos; logo para apostar 1 contra 1 que todos morrerão, he preciso que o tempo que serve de base á aposta seja de 59 annos.

XVIII. Não daremos mais exemplos; tambem não são precisos mais para se concluir que a Theorica supramencionada he geral, e pôde servir para resolver todos os problemas relativos á mortalidade de qualquer numero de pessoas, e de quaesquer idades. Ao diante encontraremos occasião de aplicar alguns delles,

DAS PENSÕES VITALICIAS.

XIX. Nas Pensões Vitalicias sobre huma, ou mais pessoas, o Pensionante he obrigado a pagar no fim do anno, além da Vitalicia annual ás combinações que se extinguirão naquelle anno, o que estas vencerão até á morte do ultimo dos seus individuos: ora, como não ha razão para suppor que os membros da combinação tem morrido em huma estação particular do anno, parece que quando se trata de Vitalicias sobre huma só pessoa, deve julgar-se que esta morre no meio do anno; tratando-se de huma Vitalicia sobre duas pessoas, julgaremos que huma dellas morre no fim do primeiro $\frac{1}{3}$ do anno, e a segunda no fim dos primeiros $\frac{2}{3}$; tratando-se de huma Vitalicia sobre tres pessoas, deve-se julgar o primeiro morto no fim da primeira quarta parte do anno; o segundo no fim da segunda; o ultimo no fim da terceira; e assim por diante, de sorte que supondo q o numero de pessoas, $q:(q+1)$ he a parte do anno que o ultimo delles deve ter vivido. Neste raciocinio suppõe-se evidentemente que os membros da combinação vão morrendo successiva, e uniformemente, como parece que deve ser.

Com tudo como esta avaliação he importante, e que os raciocinios precedentes não tem o carácter de verdadeira demonstração, passaremos a dar outra exacta a respeito das Vitalicias sobre huma, ou duas pessoas.

XX. Supponhamos que se trata de dous individuos de huma combinação a pares, cuja vida não pôde exceder hum certo numero de instantes, e tomemos 4 para exemplo; de sorte que cada hum dos ditos individuos morra precisamente logo depois do primeiro, do segundo, do terceiro, ou do quarto instante; para descobrir o numero de instantes que o ultimo delles deve ter vivido, he necessário procurar os que poderia viver em todos os casos possíveis, ajuntar estes instantes todos, e dividir a somma pelo numero possivel de casos.

He evidente que os dous individuos devem ter vivido segundo huma das combinações seguintes.

Vidas dos dous	Vidas dos dous	Vidas dos dous	Vidas dos dous
individuos.	individuos.	individuos.	individuos.
1 * 2	1 * 3	1 * 4	1
2 * 2	2 * 3	2 * 4	2
3 * 2	3 * 3	3 * 4	3
4 * 2	4 * 3	4 * 4	4
10	11	13	16

Em cada huma destas 16 combinações de dous numeros só devemos attender ao maior, porque exprime a duração da vida do ultimo morto, que he o nosso unico objecto. Por tanto na primeira das quatro columnas da esquerda acharemos o numero total dos instantes da vida do ultimo vivo, nas quatro combinações daquella columna, = 10.

Na segunda columna a primeira combinação dará dous instantes para a vida do ultimo vivo; a segunda outros dous; a terceira tres instantes; a quarta quatro; total 11 instantes: semelhantemente acharemos 13 instantes para a terceira columna, e 16 para a quarta.

Sommando, e dividindo por 16 numero das combinações, teremos os instantes que mais provavelmente se devem julgar de vida ao ultimo existente, e por consequencia ao par inteiro.

A quantidade $10 + 11 + 13 + 16$ pôde reduzir-se á fórmula seguinte, $10 + (10 + 1) + (10 + 3)(10 + 6)$.

Mas se em lugar de fazer o numero dos instantes = 4, o fizessemos em geral = k , veríamos que a somma dos instantes da ultima vida, que resultão da primeira columna, e chega a 10 na questão proposta, he a somma dos termos de huma progressão arithmetica, cujo numero de termos = k , o primeiro delles = 1, e o ultimo = k ; logo a somma desta progressão he $\frac{1}{2}(k^2 + k)$; logo tambem a quantidade até agora 10×4 he em geral $k \times \frac{1}{2}(k^2 + k)$.

A série dos numeros 1, 3, 6, &c. he bem conhecida debaixo do nome de série dos numeros triangulares; ora o

nu-

numero dos seus termos = $k - 1$; logo a somma delles será $\frac{1}{2}((k - 1)^3 + 3(k - 1)^2 + 2(k - 1))$: a demonstração pôde procurar-se em o Tratado sobre a Algebra por Mr. l'Abbé Bossut, n.º 412.

Ultimamente o numero das combinações, 16 em o nosso caso, pelo qual dissemos que devia ser dividida a somma total dos instantes de vida do ultimo dos dous individuos em todas as combinações diversas = k^2 .

Logo generalizando, se duas pessoas, cuja duração de vida não deve exceder hum certo numero k de instantes, podem indifferentemente morrer depois de cada hum dos ditos instantes; o numero destes, que marca a duração da maior vida, será = $\frac{1}{2}(k^2 + k) + \frac{1}{6}[(k - 1)^3 + 3(k - 1)^2 + 2(k - 2)] : k^2 = (4k^3 + 3k^2 + k) : 6k^2$, fórmula geral qualquer que seja o numero k de instantes.

Pôde pois k representar hum numero infinito de instantes infinitamente pequenos; o que constitue hum tempo finito; então a fórmula reduz-se a $\frac{1}{2}k$. Assim o ultimamente vivo deve ter mais provavelmente morrido aos $\frac{2}{3}$ do numero infinito de momentos infinitamente pequenos, que compõe o tempo dado, ou aos $\frac{2}{3}$ do tempo dado (1).

XXI. Tratando-se de huma pensão sobre huma só pessoa, muito mais simplesmente a acharíamos pela fórmula $(k^2 + k) : 2k$, pois que esta na hypothese precedente reduz-se a $\frac{1}{2}k$.

XXII. Estes dous exemplos bastão para demonstrar o que affirmamos; delles se collige que se o numero de pessoas fosse consideravelmente grande, deveríamos suppor a morte da ultima acontecida no fim do anno.

(1) A fidelidade da traducçao não nos permitio alterar este numero XX.; que alias fizeramos objecto de huma nota, senão existissem as circumstancias apontas das em a nossa advertencia.

CAPITULO SEGUNDO.

Das Pensões Vitalicias postas em huma só vida.

XXIII. Imaginemos que certo numero de pessoas fornece hum dado capital em iguaes porções; que cada huma destas porções he designada pela unidade; que i seja o juro annual correspondente á unidade: pergunta-se que Pensão x deve cada hum dos Capitalistas receber annualmente em quanto viver, para que o contrato seja igual a respeito delles, e do Pensionante?

Represente n o numero dos Capitalistas no instante do contrato; instante que pôde olhar-se como principio de hum anno; n' , n'' , &c. os numeros a que os mesmos Capitalistas se achão reduzidos no principio do segundo anno, do terceiro, &c.; m , m' , m'' , &c. os Pensionados mortos durante o primeiro anno, o segundo, o terceiro, &c.

O capital recebido pelo Pensionante será n ; pôde-se suppor que no momento em que o recebe, o pôe a render o juro ordinario i .

Se no fim do primeiro anno tirar o capital, e o juro, terá hum todo $= n(1+i)$; mas então deve pagar aos Pensionados, cujo numero he $n' = n-m$, huma quantia $= (n-m) \times x$; e demais, aos Pensionados mortos durante o anno, outra quantia $= \frac{1}{2}mx$, pois que se deve suppor que estes Pensionados morrerão no meio do anno. Logo deverá o Pensionante pagar no fim do anno huma quantia $= (n-m)x + \frac{1}{2}mx = x(n - \frac{1}{2}m)$; e paga, ficará com o resto $= n(1+i) - x(n - \frac{1}{2}m)$.

Pondo novamente este capital a juro no principio do segundo anno, e tirando-o no fim, terá hum todo $= n(1+i)^2 - x(n - \frac{1}{2}m)(1+i)$; o que deverá pagar $= x(n' - \frac{1}{2}m')$; logo no fim do segundo anno ficará com a somma $n(1+i)^2 - x \times (n - \frac{1}{2}m)(1+i) - x(n' - \frac{1}{2}m')$.

Se

Se o Pensionante pôe igualmente a juro esta nova quantia, e no fim do terceiro anno paga semelhantemente aos Pensionados, ficará com $n(1+i)^3 - x(n - \frac{1}{2}m)(1+i)^2 - x(n' - \frac{1}{2}m')(1+i) - x(n'' - \frac{1}{2}m'')$. Supondo agora que no fim dos tres annos não ha Pensionado vivo, he claro que feito o pagamento, nenhum resto deve ficar ao Pensionante; teremos pois $n(1+i)^3 - x(n - \frac{1}{2}m)(1+i)^2 - x(n' - \frac{1}{2}m')(1+i) - x(n'' - \frac{1}{2}m'') = 0$; logo $x = n(1+i)^3 : ((n - \frac{1}{2}m)(1+i)^2 + (n' - \frac{1}{2}m')(1+i) + n'' - \frac{1}{2}m'')$; generalizando, teremos $x = n(1+i)^s : ((1+i)^{s-1} \times (n - \frac{1}{2}m) + (1+i)^{s-2} \times (n' - \frac{1}{2}m') + (1+i)^{s-3} \times (n'' - \frac{1}{2}m'') + \&c. + n^{(s-1)} - \frac{1}{2}m^{(s-1)})$, chamando s ao numero de annos que os Pensionados vivem; por exemplo, se os Pensionados tiverem 30 annos, e que os ultimos devão vir a morrer em o nonagesimo sexto anno, em consequencia da série base, teremos $s = 66$, &c.; he de notar, que devendo ser o numero de mortos durante o ultimo anno igual ao dos vivos no principio do mesmo anno, o termo final do denominador pôde ter esta fórmula $\frac{1}{2}n^{(s-1)}$.

Finalmente, ainda que para achar a Vitalicia correspondente á unidade dada por cada Pensionado, supuzemos o numero delles $= n$; com tudo, quando fosse hum só, nem por isso deixariamos de calcular a Pensão x da mesma sorte, porque sempre podemos suppor que o Pensionado faz parte de hum certo numero de Capitalistas igualmente interessados; outro tanto se deve dizer a respeito das Pensões Vitalicias de que ao diante falaremos.

Os valores de n , n' , n'' , &c., m , m' , m'' , &c., e o de s , são conhecidos pela série necrologica, e pela idade dos Pensionados; e como i he dado, nenhuma dificuldade pôde haver em achar o valor de x correspondente a todas as idades.

XXIV. Faremos agora a proposito huma reflexão applicavel a todas as Pensões Vitalicias de que houvermos de tratar. Nos calculos precedentes supuzemos os pagamentos feitos no fim do anno, sendo costume pagar-se no fim do semestre: ora esta fórmula de pagamentos he mais vantajosa aos Pensionados, e por con-

consequencia devem ser algum tanto menores , do que metade dos pagamentos annuaes. Para determinar a relação que deve haver entre as Pensões Vitalicias annuaes , e as semestres , supponhamos $z =$ ao juro de seis mezes , na hypothese de ser $i =$ ao de hum anno : pondo n a juro , terei no fim de seis mezes $n(z+1)$, e no fim do anno $n(z+1)(z+1)$; a mesma somma posta a juro , daria no fim do anno $n(i+1)$; logo teremos $(i+1) = (z+1)^2$, pois que sommas iguaes no principio do anno devem no fim delle ser tambem iguaes ; logo $z = -1 + \sqrt{i+1}$ valores dos quaes o que pertence á nossa questão he $z = -1 + \sqrt{i+1}$.

Sendo $i = \frac{1}{20} = 5:100$, acharemos $z = 2,47:100$; e quando $i = 6:100$, teremos $z = 2,96:100$; supondo pois o juro de 5 por 100 , he indiferente ter todos os annos 500 libras , ou 247 todos os seis mezes ; e com o juro de 6:100 , tanto valem 600 libras no fim de hum anno , como 296 no fim de cada seis mezes.

XXV. De modo , que tendo calculado huma Pensão Vitalicia annual paga na hypothese do juro a 5:100 , multiplicando-a por 247:500 , teremos a Vitalicia correspondente a hum semestre. Por exemplo , tendo conhecido por meio da Taboa I. , que a Pensão annual correspondente a huma pessoa de 40 annos he 7.^{ib} 15.^s 5.^d , e querendo-a pagar todos os seis mezes , deveremos dar sómente 3.^{ib} 16.^s 9.^d . Se a Pensão for calculada com o juro de 6 por 100 , ao multiplicador precedente 247:500 , deveremos substituir o seguinte 296:600.

XXVI. Todavia este metodo he de simples approximação por causa dos Pensionados mortos durante o anno ; querendo porém calcular exactamente a relação entre a Pensão annual Vitalicia propria de huma certa idade , e a sua semestre correspondente , chamaremos x á Pensão annual ; n , n' , n'' os Pensionados vivos ao principio do primeiro anno , do segundo , do terceiro , &c. , e teremos a Pensão semestre = $x : (2 + \frac{3}{2}(-1 + \sqrt{i+1}) - n''(-1 + \sqrt{i+1}) : (n' + n''))$.

Com

Com effeito no principio do terceiro semestre o numero dos vivos = n' , e no fim = $n' - \frac{1}{2}(n' - n'') = \frac{1}{2}(n' + n'')$ o numero dos mortos = $\frac{1}{2}(n' + n'')$; logo chamando r a Pensão a pagar durante o terceiro , e quarto semestre , será preciso pagar no fim do terceiro huma quantia = $r(\frac{1}{2}(n' + n'') + \frac{1}{4}(n' - n''))$, que junta ao juro de seis mezes , chegará no fim do segundo anno a $\frac{1}{4}(3n' + n'') \times r\sqrt{i+1}$, visto o que fica dito em o n.^o XXIV.

No fim do quarto semestre o numero dos vivos será n'' , e o que se deverá pagar = $n''r + \frac{1}{4}(n' - n'')r = \frac{1}{4}r(n' + 3n'')$.

Mas os dous semestres , juntos ao juro do primeiro , no tempo de seis mezes , devem importar tanto , como o pagamento unico feito no fim do anno = $\frac{1}{2}x(n' + n'')$; logo $\frac{1}{2}x(n' + n'') = \frac{1}{4}r((3n' + n'')\sqrt{i+1} + n' + 3n')$; donde se tira $r = \frac{1}{2}x(n' + n'') : \frac{1}{4}((3n' + n'')\sqrt{i+1} + n' + 3n') = x : [2 - (\sqrt{i+1} - 1)(n'' : (n' + n'') - \frac{1}{2})]$.

E como n , n' , n'' todos os annos varião , segue-se que todos os annos as Pensões Vitalicias pagas a semestres , terão diferente razão com a Vitalicia annual ; mas estas mudanças são imperceptiveis , e nenhuma diferença se tem achado entre os resultados deste metodo , e os aproximados , que chegue a poder avaliar-se em dinheiros.

XXVII. Poderíamos calcular as Vitalicias semestres por meio da fórmula geral , tomado seis mezes , por unidade de tempo , em lugar de hum anno , e substituindo por i o juro ordinario de seis mezes ; mas este modo de operar duplicaria os Calculos das Pensões Vitalicias , que já são excessivamente longos ; por outra parte os pagamentos das Pensões Vitalicias devidas pelo Estado , que justamente formão o nosso principal assumpto , soffrem muitas vezes demoras , que podem compensar as vantagens que os pagamentos semestres dão aos Pensionados. Com tudo , se quizermos , poderemos attender a esta diferença , ou por meio das nossas Taboas , ou construindo novamente outras , segundo o que deixamos dito em o n.^o XXV. , as quaes

D

po-

poderemos denominar Taboas das Pensões Vitalicias semelhantes.

XXVIII. Mr. Deparcieux em lugar de determinar a Pensão Vitalicia, que se pôde conceder a huma idade proposta em troco de hum dado capital, calculou (pag. 108) o principal que deve dar huma pessoa de qualquer idade, a fim de gozar huma certa Vitalicia, o que alcançou por hum metodo differente; mas tudo vem a ser o mesmo, por quanto conhecendo a Pensão Vitalicia correspondente a huma certa idade, e a hum certo capital, sempre será facil calcular quanto deve dar huma pessoa de igual idade, a fim de ter qualquer Pensão, e reciprocamente.

XXIX. A fórmula do n.º XXIII. pôde servir para resolver tres problemas interessantes.

1.º Querendo satisfazer o capital, e juros de hum emprestimo p , em hum certo numero de annos, por meio de pagamentos iguaes, pagos no fim de cada anno, achar o importe de cada pagamento.

Se na fórmula do n.º XXIII. suppomos que em o numero s de annos nenhum Pensionado morre, e que todos morrem no fim do ultimo anno; ou, o que vem a ser o mesmo, se durante o tempo s , $n=n'=n''$, &c., e por consequencia $m=m'=m''$, &c., suppundo mais α quanto o devedor deve pagar a cada hum dos crédores pelo capital i , durante o mesmo numero s de annos, para que ambos fiquem por igual no contrato; isto he, para que ambos fiquem pagos do seu capital, juros, e juro de juros.

A fórmula nesta hypothese reduz-se a $\alpha = (i+i)^s : ((i+i)^{s-1} + (i+i)^{s-2} + (i+i)^{s-3} + \dots + i)$; mas os termos do denominador, ou consequente, formão huma progressão Geometrica, cujo primeiro termo $= (i+i)^{s-1}$, o ultimo $= i$, e a razão $= i+i$; logo a sua somma será $= ((i+i)^s - 1) : i$; logo $\alpha = i(i+i)^s : ((i+i)^s - 1) = a$ quanto he preciso pagar annualmente para satisfazer o capital i , e os seus juros dentro do numero s de annos; chamando pois b quanto he preciso pagar,

gar, sendo o capital $= p$, teremos $b = p i (i+i)^s : ((i+i)^s - 1)$; de modo, que se o capital for 1000 libras, 30 o numero de annos, durante os quaes as pertendemos pagar, e tambem os seus juros, dando no fim de cada anno igual quantia, teremos $p = 1000$; $i = 5$; $100 = i : 20$; $s = 30$; e logo $b = 65^{16} i^s$.

XXX. O segundo problema he o inverso do primeiro; a saber: supondo que durante hum certo numero de annos pertendamos receber huma renda annual constante designada por b , determinar quanto actualmente devemos emprestar para este fim. Visto que (n.º XXIX.) $b = p i (i+i)^s : ((i+i)^s - 1)$, teremos $p = b ((i+i)^s - 1) : i (i+i)^s$. Sendo pois $b = 100^{16}$; $i = \frac{1}{20}$, teremos $p = 1246$.

XXXI. Eis-aqui o terceiro problema. „ Emprestando-se actualmente huma quantia $= p$, e fixando-se a renda b , que por ella se deve pagar annualmente, pergunta-se quantos annos devem durar os pagamentos?

He $p = b ((i+i)^s - 1) : i (i+i)^s$; logo $p i (i+i)^s = b ((i+i)^s - 1)$; logo $(i+i)^s = b : (b - p i)$; logo ferá $s \cdot \log. (i+i) = \log. b - \log. (b - p i)$; e por consequencia $s = (\log. b - \log. (b - p i)) : \log. (i+i)$.

Supponhamos para exemplo $i =$ juro de $1 = \frac{1}{20}$; $p = 10000^{16}$; $b = 1000^{16}$, acharemos pouco menos do que $14^{an} 3^m$; logo he $14\frac{1}{4}$ o numero de annos que os pagamentos devem durar.

Estas fórmulas são muito uteis para o calculo das annuidades, ou rendas, cuja duração tem hum limite prefixo; acharemos cousas semelhantes a estas no Diccionario Encyclopedico, e no seu Supplemento, artigo Annuidades.

XXXII. Vimos na primeira parte da presente obra, que em hum emprestimo pedido a pessoas de todas as idades, a quem se offerecesse igual Pensão Vitalicia, ao qual se chama por esta causa emprestimo de todas, ou sobre todas as idades, a Pensão Vitalicia correspondente a 100 libras, pôde ser avaliada em $7^{16} 14^{s} 10^{d}$, supondo o juro a 5 por 100: e em $8^{16} 12^{s} 8^{d}$, quando o juro he a 6 por 100.

Tomando esta avaliação por base, daremos hum exemplo deste genero de calculos, e ao mesmo tempo fallaremos do emprestimo de 24 milhões feito em forma de Loteria pelo Governo em 1777; neste emprestimo pagão-se 720000^{lb} de Tenças perpetuas, e 10900^{lb} de Pensões Vitalicias dividido por todos os Pensionados; iremos pois determinar o juro que os 24 milhões deverião vencer, a fim de equilibrar 720000^{lb} de Tenças perpetuas, e 10900^{lb} de Pensões Vitalicias; ou, o que he o mesmo, iremos determinar o juro que servio de base ao Calculo da Loteria.

Para o conseguir, calcule-se primeiro hum emprestimo semelhante, supondo o juro de 5 por 100; quero dizer, imagine-se hum emprestimo de 24 milhões de libras, pelo qual se pague 720000^{lb} de juro annual perpetuo, como na Loteria; e além deste, huma Pensão Vitalicia tal, que os capitaes do juro, e pensão sejão exactamente = 24 milhões de libras. Ora supposto o juro de 5 por 100, 720000^{lb} de juro corresponde a 1440000^{lb} de capital: tirando-o de 24 milhões de libras, ficárão 960000^{lb} , capital da Pensão Vitalicia; mas como na hypothese de ser o juro 5 por 100, a hum capital de 100 libras corresponde huma Vitalicia de $7^{\text{lb}} 14^{\text{s}} 10^{\text{d}}$ sobre todas as pessoas, ou idades, a hum capital de 960000^{lb} corresponderá 743200^{lb} , e não 1090000^{lb} , que he o da Loteria; por tanto, funda-se esta em hum juro maior, que o de 5 por 100.

Calculando o mesmo emprestimo na hypothese de ser o juro a 6 por 100, acharemos que á Tença de 720000^{lb} corresponde hum capital de 1200000^{lb} ; tirando-os de 2400000^{lb} , restão outros 1200000^{lb} capital da Vitalicia; mas sendo o juro de 6 por 100, temos que a hum capital de 100^{lb} corresponde huma Vitalicia de $8^{\text{lb}} 12^{\text{s}} 8^{\text{d}}$; logo a 1200000^{lb} correspondêrão 1036000^{lb} ; e como esta Pensão he só 54000^{lb} menor que a da Loteria, segue-se que o juro 6 por 100 he pouco menor que o juro base da Loteria.

Póde-se pois dizer que a dita Loteria equivale a hum em-

pref-

emprestimo ordinario em rendas perpetuas feito a juro de 6 por 100 com pouca diferença.

Ainda poderemos aproximar-nos mais ao juro verdadeiro; depois de ter experimentado varios, achou-se que o de $6 + \frac{7}{36} : 100 = \frac{223}{36} : 100$ he muito exâcto na questão proposta.

Supondo este juro, o capital da renda perpetua he 11623318^{lb} ; e por tanto o da Pensão Vitalicia he 12376682^{lb} ; ora a diferença das Vitalicias assima, correspondentes ao capital 100, = $17^{\text{s}} 10^{\text{d}}$; não nos affastaremos pois muito da verdade, dizendo: se 1 diferença de 5 a 6 por 100, me dá $17^{\text{s}} 10^{\text{d}}$ de diferença nas Vitalicias correspondentes; $\frac{7}{36}$ diferença entre 6, e $6 \frac{7}{36}$ de juro, que diferença me dará nas suas Vitalicias; logo calculando o quarto termo desta proporção $1 : \frac{7}{36} :: 17^{\text{s}} 10^{\text{d}} : x$, acharemos $x = 3^{\text{s}} 6^{\text{d}}$;

Concluiremos pois que a Vitalicia correspondente a 100^{lb} , supposto o juro a $\frac{223}{36} : 100 = 8^{\text{lb}} 12^{\text{s}} 8^{\text{d}} + 3^{\text{s}} 6^{\text{d}} = 8^{\text{lb}} 16^{\text{s}} 2^{\text{d}}$; agora para ter a Vitalicia correspondente a 12376682^{lb} , faremos a proporção $100^{\text{lb}} : 8^{\text{lb}} 16^{\text{s}} 2^{\text{d}} :: 12376682 : x$; onde sahe $x = 1090179^{\text{lb}}$, a qual só differe 179^{lb} da Pensão Vitalicia da Loteria.

XXXIII. Além da Taboa I. onde damos quanto a 100^{lb} de capital corresponde de Pensão Vitalicia, tomado por base os juros de 5, e 6 por 100; e a série necrologica de Mr. Kersseboom; Taboas, cujo uso preferimos, calculamos tambem outra Taboa de Pensões Vitalicias em huma só vida, supondo o juro a 5 por 100; e tomado por base a série necrologica geral incluida na Historia Natural de Mr. de Buffon, e feita por Mr. Dupré de Saint-Maur, membro da Academia Franceza, sobre os necrologios das Parochias de París, e seus arredores: estas duas Taboas comparadas entre si, farão conhecer a razão existente entre as Pensões Vitalicias pagas a todos os individuos do Estado, sem outra distinção mais que a da sua idade, e as que se devem dar aos sujeitos que ordinariamente querem Pensões Vitalicias; pois que devemos olhar estes como gente es-

colhida, cuja duração he ordinariamente maior, que a dos homens em geral.

Damos (Taboa XIV.) a série necrologica de Mr. Dupré de Saint-Maur, tal como se vê na obra de Mr. de Buffon; mas não podemos servir-nos della, sem lhe fazer algumas mudanças: entre estas, as de maior momento, são consequencia de huma reflexão feita por quantos até agora tem construido séries necrologicas, servindo-se dos registros mortuários: vem a ser, que passadas as primeiras idades, a maior parte das idades multiplices de 5 annos, e que formão numeros como 20, 25, 30, &c., achão-se mais cheias de mortos relativamente ás outras; ora na série de que fallamos ha 90 mortos de 59 annos, 81 de 61 annos, 534 de 60 annos, o que he sem duvida opposto á marcha da natureza; he de crer que aos numeros referidos correspondem mais mortos, porque os encarregados de darem aos Curas as idades dos defuntos, e que muitas vezes as não sabem de certo, dão hum dos numeros mencionados, que julgão ser mais proximo á idade verdadeira.

Mas este inconveniente pôde ser remediado, vendo a série necrologica formada pelos mortos de 5 em 5 annos, cujas idades porém não incluão os ditos numeros multiplices de 5; antes sejão por exemplo 17, e 22; 22, e 27, &c.; e repartindo os mortos pelos 5 annos, que compõe cada hum dos intervallos, de sorte que o numero relativo ao primeiro anno se conforme ao do anno precedente, e o do ultimo ao seu immediato.

Mr. Deparcieux assim fez algumas correções em séries necrologicas, fundadas nos registros mortuários; como se pôde ver nos seus additamentos ao Ensaio sobre a probabilidade da vida humana, pag. 23.

Segundo o dito methodo, os numeros de viventes, que correspondem ás idades 12, 17, 22, 27, &c. annos, na série publicada por Mr. de Buffon, devem ser iguaes aos numeros de viventes que nesta série, depois de correcta, corresponderem ás mesmas idades; e assim os acharemos, exceptuando com tudo os

de

de 47, 67, e 92 annos, nos quaes foi preciso mudar alguma cousa, não só para conformar todos os numeros da série, segundo o que deixamos dito, como tambem para obviar a algumas contradições ligeiras sobre a vida média de differentes idades, e a razão dos mortos aos vivos. Se por exemplo adoptassemos 6449 viventes de 47 annos de idade; 8116 de 37, e de 42 annos; e 7252 de 52 annos, acharíamos maior razão entre os mortos, e vivos, desde 37 até 42 annos de idade, do que desde 42 até 47; ora parece certo que isto he impossivel, pois que passadas as primeiras idades, a mortalidade deve ir em augmento; quasi tambem se sente, que desde a mesma época deve a vida média diminuir continuamente; e eis-aqui huma nova reflexão, á qual deve sujeitar-se a distribuição dos mortos; distribuição, que pelas ditas razões carece de tentativas trabalhosas.

Não he possivel hesitar em que ao Calculo das vidas médias, dadas por Mr. de Buffon, precederão algumas mudanças na sua correspondente série necrologica; aliás não seguirão huma lei tão bem deduzida; antes conteria saltos, e até contradições nas idades multiplices de 5.

Na mesma série ha hum erro sobre a vida média dos recémnascidos, avaliada sómente em 8 annos, e que deve ser 25 annos, visto darem-se nella mesmo 33 annos de vida média aos que tem hum anno de idade: este erro facilmente se demonstra conhecido o modo de calcular as vidas médias.

Eis-aqui o methodo para o conseguir dado por Mr. Deparcieux (pag. 58); he muito simples, e de facil demonstração.
 „ Fazei huma somma de todos os numeros de viventes, que correspondem a cada hum dos annos immediatos áquelle, para quem quereis calcular a idade média; e incluindo este mesmo anno, dividi a somma por este ultimo numero, o quociente representará annos, e mezes; tirando-lhe seis mezes, tereis a vida média procurada.“

Por tanto, na série necrologica de Mr. de Buffon, (Taboa XIV.) onde a vida média para hum anno de idade = 33

an-

annos; e o numero dos vivos = 17540; deveriamos dividir a somma de todos os numeros de vivos, comprehendido 17540 por 17540, e este quociente menos seis mezes = 33 annos.

Designando pois esta somma por s , teremos ($s: 17540$) - ($1:2$) = 33; logo $s = 587590$.

Querendo agora a idade média para o annos, estaremos reduzidos a sommar 587590 com 23990, numero de vivos correspondente a o annos; dividindo a somma por 23994, e tirando seis mezes ao quociente, teremos 25 annos pela vida média em o annos (1).

Finalmente, como esta série necrologica, suppostas as mudanças que lhe fizemos, nada inclue contrario ás idéas recebidas; como até aos 10 annos he identica á de Mr. de Buffon, e nos outros quasi não differe, contando-os de 5 em 5, parece que pôde merecer algum credito.

C A P I T U L O T E R C E I R O.

Das Pensões Vitalicias sobre duas vidas.

XXXIV. Supponhamos a existencia simultanea de duas séries de pessoas, cada huma das quaes comprehende hum certo numero n de individuos, cujas idades são iguaes entre si; supponhamos mais, se tanto quizermos que os individuos da segunda série tem maior idade que os da primeira; e em fim, que cada hum dos primeiros escolhe hum camarada entre os segundos, viremos a ter hum numero n de pares:

(1) A vida média pôde tambem achar-se, segundo outros, vendo quando o numero de vivos correspondente ao anno de que se trata, está reduzido a metade: ora a razão d'este modo de obrar parece evidente, e provavelmente certa; vendo pois na série de Mr. de Buffon quando 23994 está reduzido a 11997, e achando que isto deve acontecer entre os 8, e 9 annos, concluiremos que os remarcados tem 8 annos de vida média. Vejão-se as reflexões feitas sobre estes dous methodos por Mr. d'Alembert no Tomo IV. dos seus Opusculos pag. 92, e seguentes.

D A S P E N S Õ E S V I T A L I C I A S.

ora se cada hum destes empresta huma unidade, a fim de receber annualmente huma Pensão Vitalicia, que deva durar até que nenhum exista; representando por x a Pensão Vitalicia; por i o juro ordinario do dinheiro; por m os mortos da classe mais moça, durante o primeiro anno; por t os da outra classe tambem no primeiro anno; eis o como se deve calcular o valor de x .

O Pensionante no fim do primeiro anno tem de pagar as Pensões seguintes:

1.º A cada par, cujos companheiros existem ambos, huma quantia = x ; e como (n.º IX.) este numero de pares he $(n-m)(n-t):n$, o Pensionante pagará por este lado $x(n-m)(n-t):n$.

2.º A cada par, cujos individuos morrêrão no decurso do anno, e cujo numero = $mt:n$, pagará o que se lhe deve até á morte do ultimo dos dous individuos; logo (n.º XX.) terá que pagar por este artigo huma quantia = $x \times 2mt:3n$.

3.º Aos pares que tem hum só companheiro morto, e cujo numero = $(m(n-t)+t(n-m)):n$, huma quantia = $x(m(n-t)+t(n-m)):n$.

4.º Para simplificar os Calculos, faremos huma suposição; que não pôde alterar o valor de x , a saber, que no fim do anno se paga aos pares reduzidos a hum só individuo o equivalente da Pensão Vitalicia x , que lhes fica sobre huma vida: por meio das Taboas de Pensões Vitalicias sobre huma vida, consegue-se a Vitalicia, que chamaremos y , correspondente a i de capital, e á idade da classe menos velha; conhiceremos pois facilmente com que capital se deve remir a Vitalicia x posta em huma vida da mesma idade, e será o quarto termo da proporção $y:i::x:(x:y)$; mas pôde ver-se (III. e IX.), que o numero de pares, onde hum só vive, na primeira classe = $t(n-m):n$; e na segunda = $m(n-t):n$; logo deve o Pensionante pagar para extinguir aquella divida huma quantia = $(xt(n-m):ny)+(xm(n-t):nz)$; fazendo z = á Pensão Vitalicia competente ao capital i para cada pessoa da segunda classe; e notando que ambas as clas-

ses tem entâo hum anno mais do que no principio do contrato.

Unindo agora todos os pagamentos, teremos o pagamento total devido pelo Pensionante no fim do primeiro anno = $x \times [n - (mt : 3n) + (t - (mt:n)) : y] + (m - (mt:n)) : z]$.

Feito este pagamento no fim do primeiro anno, o Pensionante só deverá mais Pensões aos pares, cujos membros ficão ambos vivos; e cujo numero = $(n-m)(n-t):n$; suporemos pois este numero = n' ; e denotaremos por $n'', n''', \&c.$ os numeros de pares, cujos companheiros existem vivos no principio de cada hum dos annos seguintes; por $m', m'', m''', \&c.$ os numeros de mortos, que segundo a série necrologica devem cada anno ir correspondendo aos numeros $n', n'', n''', \&c.$ de vivos entâo existentes na classe menos idosa; por $t, t', t'', \&c.$ os numeros de mortos, que semelhantemente lhes correspondem na outra classe; e em fim por $y', y'', y''', \&c.; z', z'', z''', \&c.$; as Vitalicias sobre huma vida competentes ás idades das duas classes no fim do 2.^º, 3.^º, e 4.^º anno, &c. do contrato.

Em consequencia do que fica dito concluiremos evidentemente, que os pagamentos devidos no fim do 2.^º anno, no fim do 3.^º, &c. serão por sua ordem os seguintes.

$$\begin{aligned} &x \times [n' - (m't : 3n') + (t' - m't : n') : y'] + (m' - m't : n') : z'] \\ &, x \times [n'' - (m''t' : 3n'') + (t'' - m''t' : n'') : y''] + (m'' - m''t' : n'') : z''] \\ &\quad \&c. \end{aligned}$$

Supondo agora, como fizemos a respeito das Pensões em huma vida, que o devedor, ou Pensionante apenas recebe a porção n a pôe logo vencendo o juro i ; e que no fim de cada anno tira o que lhe he preciso para fazer os seus pagamentos, deixando o resto a juro, he evidente que nada lhe deve sobrar, quando passado hum certo numero de annos, nenhum par existe, cujos membros sejão ambos vivos; chamando pois s a este numero de annos, e raciocinando por hum modo analogo ao das Pensões Vitalicias sobre huma só pessoa, teremos

$$\begin{aligned} &x = n(1+i)^s : [(1+i)^{s-1} \times (n - (mt : 3n) + ((t - (mt:n)) : y) + \\ &(m - (mt:n)) : z) + (1+i)^{s-2} \times (n' - (m't : 3n') + ((t' - (m't : n')) \\ &: y') + (m' - (m't : n')) : z')] + \&c. + n^{(s-1)'} - (m^{(s-1)'} \times t^{(s-1)'}) \\ &: 3n^{(s-1)'} + (t^{(s-1)'} - (m^{(s-1)'} \times t^{(s-1)'}) : n^{(s-1)'}) : y^{(s-1)'} + (m^{(s-1)'} \\ &: t^{(s-1)'}) : n^{(s-1)'}) : z^{(s-1)'}. \end{aligned}$$

XXXV. Percebida esta fórmula, nenhuma dificuldade pôde haver na determinação do valor de x ; por quanto vemos nelle as quantidades $n, n', n'', \&c.$ = ao numero de pares, cujos membros existem vivos, numero que facilmente se descobre (n.^º IX.); outro tanto deve acontecer a respeito das quantidades $m, m', m'', \&c.; t, t', t'', \&c.$; pois que, ex. gr., se no principio do contrato a classe de menor idade tinha 25 annos, m'' será o quarto termo de huma proporção, que tenha por primeiro termo o numero dos vivos que na série necrologica se achão fronteiros á idade 27 annos; por segundo, o numero de mortos entre 27, e 28 annos; e por terceiro n'' = ao numero dos pares, cujos membros vivem ainda douis annos depois do contrato. Para maior clareza calcularemos sempre o consequente, ou denominador, da esquerda para a direita.

O numero s he sempre igual ao numero de annos precisos para a classe mais velha se extinguir, pois que entâo nenhum par primitivo terá vivos os seus douis membros; logo se a idade desta classe ao tempo do contrato sobe a 50 annos, teremos $s = 46$ annos, conforme indica a nossa série necrologica, segundo a qual ninguem chega a 96 annos de idade.

XXXVI. Supondo agora que para ter a Pensão Vitalicia sobre duas pessoas, que tenhão huma 20 annos, e a outra 50, se substituão os devidos numeros em lugar das quantidades incluidas na fórmula do n.^º XXXIV.; eis-aqui o modo porque devemos proceder para ter a Pensão correspondente a outras duas pessoas de 21, e 51 annos; de 22, e 52 annos; de 23, e 53 annos, &c.; tome-se por exemplos os 23, e 53 annos; iremos pois á fórmula correspondente aos 20, e 50, ao seu conse-

quente cortaremos os primeiros tres termos da parte esquerda, e assim teremos o nosso consequente; o antecedente achar-se-ha pondo n''' em lugar de n , e $s-3$ em lugar de s . Deste exemplo podemos deduzir o que se deve fazer em todos os casos semelhantes.

XXXVII. Se as duas pessoas tiverem igual idade, será m, m', m'' , &c. $= t, t', t'', \&c.$; y, y', y'' , &c. $= z, z', z'', \&c.$, e a fórmula reduz-se a $x = n(1+i)^s : [(1+i)^{s-1} \times (n - (mm : 3n) + (2mn - 2mm) : ny) + (1+i)^{s-2} \times (w - (m'm' : 3n') + (2m'n' - 2m'm') : n'y') + \&c. + n^{(s-1)'} - (m^{(s-1)'} \times m^{(s-1)'} : 3n^{(s-1)'}) + (2m^{(s-1)'} \times n^{(s-1)'}) - 2m^{(s-1)'} \times m^{(s-1)'}) : y^{(s-1)'}]$.

Nesta fórmula, que servio de base ao calculo da Taboa II., passaremos a demonstrar, que quando os numeros dos mortos no decurso de hum anno, segundo a série necrologica, são os mesmos em diversas idades, as expressões correspondentes $mm:n$, $m'm':n'$, $m''m'':n''$, &c. tambem são iguaes; e além disto, que indo as idades seguindo-se immediatamente, temos $m' = m - (mm:n)$; $m'' = m' - (m'm':n')$, &c.; estas considerações importão pelo muito que abrevião os calculos, e os fazem mais livres de erro; ao menos quando a série necrologica, que serve de base, for a que temos adoptado.

1.º Supponhamos que se trata de dous annos, entre os quaes haja hum de intervallo; que entre o primeiro, e o segundo; e entre o terceiro, e quarto; os numeros de mortos dados pela série sejam iguaes; mas diferentes se quizermos do numero de mortos entre o segundo, e terceiro anno. Continuando a designar por n, n', n'' , &c.; m, m', m'' , &c.; as mesmas quantidades, trata-se de mostrar que $(mm:n) = (m'm'):n'$.

O numero de vivos da série no principio do primeiro anno pôde suppor-se $= n$, e o dos mortos entre o primeiro, e o segundo anno $= m$.

O numero dos vivos da mesma série no principio do segundo anno, será $= n - m$.

O

O numero de vivos da série ao principio do terceiro anno $= m n'' : m''$, porque este he o quarto termo de huma proporção, onde o primeiro $= m''$, o segundo $= n''$, e o terceiro $= m =$ ao numero de mortos da série necrologica entre o terceiro, e quarto anno, ou entre o primeiro, e segundo.

O numero de mortos da série, desde o segundo até ao terceiro anno $= n - m - (m n'' : m'')$.

Teremos pois as tres equações seguintes: 1.º $n' = (n - m)^2 : n$; 2.º $n'' = (n' - m')^2 : n'$, estas duas equações ficão demonstradas em o n.º IX., e por meio de humas semelhantes determinamos nas Taboas, n', n'', n''' , &c. 3.º $m' = (\overline{n-m}^2 : n)(n - m - (m n'' : m''))$ $: (n - m) = (n - m - (m n'' : m'')) (n - m) : n$; tomndo agora na primeira equação o valor de n , e substituindo-o na segunda, teremos esta quarta equação $n'' = (-m' + (n - m)^2 : n) \times n : (n - m)^2$.

Substituindo nesta quarta equação em lugar de m' o seu valor tomado na terceira, teremos $n'' = [\overline{n-m}^2 - (n - m - (m n'' : m'')) \times \overline{n-m} : n]^2 \times n : \overline{n-m}^2 = mm.n''m'':m''m''.n$; logo $(m'm'':n''m'') = (mm:n)$. Q.E. 1.º D.

2.º $n =$ ao numero de vivos da série, ou dos pares vivos no principio do primeiro anno: $m =$ ao numero de mortos da série, desde o primeiro até ao segundo anno, e desde o segundo até ao terceiro: $n - m =$ ao numero de vivos da série no principio do segundo anno $n' = (n - m)^2 : n$, como assima.

Para ter m' , deveremos fazer esta proporção $n - m : [(n - m)^2 : n] :: m : m' = m - (m^2 : n)$. Q.E. 2.º D.

XXXVIII. Tratamos de diminuir a extensão dos Calculos das Pensões Vitalicias sobre duas vidas de diversas idades, calculando as Taboas para as idades contadas de 5 em 5 annos; maior miudeza seria aliás superflua, e as diferenças das Pensões muito proximas serião muitas vezes nullas.

Supoz-se pois que o devedor pondo a juro o capital recebido na forma exposta em o n.º XXXIV., só de 5 em 5 annos recebe, e paga; na série necrologica attendeo-se aos mortos, e vivos, contando-os de 5 em 5 annos; assim na fórmula

G

ge-

geral do n.^o XXXIV., n , n' , &c., exprimem o numero de vivos da série no principio de cada quinquennio; m , m' , m'' , &c., o dos mortos no mesmo espaço de tempo; e s numero de quinquennios, durante os quaes deve a Pensão ser paga.

XXXIX. Sendo conhecido o juro annual i , será facil determinar o quinquennial correspondente; designando-o por j , e discurrindo por hum methodo analogo ao do n.^o XXIV., teremos $i+j=(i+i)^s$; logo $\log.(i+j)=s\log.(i+i)$: donde se tira o valor de j , que deve ser substituido em lugar de i na fórmula, a fim de ter então as séries das Pensões Vitalicias quinquenais, combinando as idades duas a duas, e de 5 em 5 annos: quando $i=5:100$; temos $j=27,63:100$, e quando $i=6:100$, temos $j=33,82:100$.

XL. Dada huma Pensão Vitalicia, e quinquennia, facilmente acharemos a Pensão annual equivalente por meio da proporção $j:i::r$: Pensão procurada $= (ir:j)$.

XLI. Logo para ter a Vitalicia annual, supposta a quinquennia, será preciso multiplicar esta por $5:27,63$, ou por $6:33,82$, conforme o juro for a 5, ou 6 por 100.

XLII. No caso das Pensões quinquennias, o Calculo da Pensão, quando huma das idades $=0$; e mais ainda quando a outra tambem $=0$; exige hum methodo particular, se se pertence operar com exacção. Com effeito, a fórmula geral suppõe que o ultimo dos pares vivos morre aos $\frac{2}{3}$ dos 5 annos, o que he exacto (n.^o XX.) quando as mortes vão succedendo-se todas uniformemente pelo decurso dos 5 annos: esta uniformidade he sensivel em todas as idades superiores a 5 annos; mas não o he igualmente para as menores: no primeiro anno he a mortalidade maior do que nos outros quatro simultaneamente considerados: por esta razão calculamos huma fórmula propria para o dito caso; mas como facilmente se pôde formar idéa della, reflectindo no que fica dito das Pensões Vitalicias sobre duas pessoas, e como a sua demonstração seria hum pouco extensa, não a fazemos objecto de particular discussão.

XLIII.

XLIII. Mr. Deparcieux não tratou das Pensões Vitalicias postas em mais de huma vida; porém na pag. 124 dá hum methodo, com cujo soccorro pensa que he possivel determinar este genero de Pensões; como, por exemplo, as Pensões em duas vidas de diferentes idades. Iremos applicallo agora á série necrologica adoptada, a fim de poder comparar os resultados com as Pensões rigorosamente calculadas.

Supponhamos que duas pessoas de 32 annos de idade queirão gozar huma Pensão Vitalicia com sobrevivencia reciproca, supposto o juro ordinario a 5 por 100; huma dellas (Tábua I.) deve chegar a ter 63 annos; ora, sendo a Pensão Vitalicia correspondente a huma pessoa de 63 annos $= 11^{\frac{1}{6}} 18^{\frac{1}{2}} 0^{\frac{1}{4}}$, por cada $100^{\frac{1}{6}}$ de capital, acha-se (n.^o XXXI.) que esta Pensão suppõe que os pagamentos devem durar ainda 11 annos, e 2 mezes; logo a Pensão sobre as duas vidas deve ser paga, como se o ultimo dos Pensionados devesse viver 74 annos, e 2 mezes; tirando pois 32 annos, ficará 42 annos, e 2 mezes, durante os quaes a Pensão ha de existir; logo estaremos reduzidos á pertenção de que o nosso capital, e seus juros torne a ser por nós embolsado em 42 annos e $\frac{1}{6}$, por meio de pagamentos iguaes, e annuaes. Ora, supondo este discurso verdadeiro, a Pensão será muito facilmente determinada pela fórmula do n.^o XXIX., $b=p i (i+i)^s : (\overline{i+i}^s - 1)$; fazendo pois $s=42\frac{1}{6}$, $i=\frac{1}{20}$, e o principal $p=100^{\frac{1}{6}}$, acharemos a Pensão $b=5^{\frac{1}{6}} 14^{\frac{1}{2}} 8^{\frac{1}{4}}$.

Mas a Pensão sobre duas vidas de 32 annos, calculada rigorosamente, segundo a fórmula do n.^o XXXVII., he muito maior, a saber de $6^{\frac{1}{6}} 2^{\frac{1}{2}} 3^{\frac{1}{4}}$. Com effeito, se tomamos 100 pares de 32 annos, o methodo de Mr. Deparcieux suppõe que este numero duzentas pessoas, quando chega a 63 annos de idade, está reduzido a metade; e por tanto, que terá morrido hum par de cada combinação; mas isto justamente não deve ser assim; se nas fórmulas do n.^o IX. fazemos $t=m$, como deve ser, por serem iguaes as idades dos Pensionados, $n=100$, $m=50$, acharemos que em 25 pares devem ter morrido ambos os mem-

bros;

bros; em 50 hum só; e nenhum nos 25 restantes; logo para se poder calcular pelo methodo de Mr. Deparcieux, seria preciso mostrar-se que 25 pares extintos, e 25 inteiramente existentes, devem no Calculo das Pensões Vitalicias produzir o mesmo efecto que 50 pares reduzidos a hum só vivo, na idade de 63 annos: mas tanto não he isto certo, que antes pelo contrario parece que os 25 pares extintos devem compensar vantajosamente ao Pensionante os 25 que ainda existem intactos; e que o caso mais desfavoravel ao mesmo Pensionante, na suposição de estarem os vivos reduzidos a metade, he justamente aquelle que imagina todos os pares reduzidos a hum só vivo, e por tanto o calculo feito debaixo desta hypothese seria vantajoso ao Pensionante.

CAPITULO QUARTO.

Das Pensões Vitalicias postas em tres vidas.

XLIV. Supponhamos tres classes de pessoas n, n, n , iguaes em numero, que todas os da mesma classe tenhão igual idade; mas as tres classes differente se tanto quizermos; supponhamos tambem que cada huma das pessoas que formão huma das classes, escolhe em cada huma das outras hum companheiro, e que todos tres se associão, resultáro n combinações de tres pessoas, que podem ter idades diversas.

Querendo saber que Vitalicia annual α corresponde ao capital i dado por cada huma das combinações precedentes, com a condição de ser paga até á morte do ultimo que restar, a maneira de o investigar será semelhante á que praticámos a respeito das Vitalicias sobre duas vidas.

Com effeito, procurando primeiro o pagamento que o Pensionante deve fazer no fim do primeiro anno; e chamando m, t, k , os numeros de mortos fornecidos pelo numero n de vivos em o mesmo primeiro anno; acharemos (n.º VI.), fazendo $b = g = r$,

1.º

DAS PENSÕES VITALICIAS.

29

1.º Numero das combinações, onde os tres membros devem ter morrido no decurso do anno = mkt , e logo o devedor pagará por este lado $\alpha \times \frac{3}{4} mtk$ (n.os XIX., XX., XXI.). 2.º O numero das combinações, onde só dous devem ter morrido. 3.º O numero de combinações, onde hum só tem morrido. 4.º O numero das combinações totalmente existentes.

Multiplicando as tres ultimas fórmulas por α , e ajuntando-as com a primeira, teremos o pagamento total, que deve ter lugar no fim do primeiro anno.

He preciso suppôr mais que o Pensionante extingue as Pensões que restão sobre huma, e sobre duas vidas, nas combinações reduzidas a hum só, ou a dous vivos; e como se conhece o numero destas combinações, a idade dos que sobreviverão aos seus companheiros, e as Vitalicias correspondentes á unidade sobre huma, e sobre duas vidas de todas as idades diversas, teremos tudo o que se carece para determinar quanto o devedor deve reembolçar no fim do primeiro anno, da mesma sorte que o determinamos nas Vitalicias sobre duas vidas. No principio do segundo anno, o numero n' das combinações totalmente existentes he = $(n-m)(n-t)(n-k)$ (n.º VI.); a respeito deste novo numero n' de combinações, discorreremos por hum modo analogo ao que praticamos sobre o numero n ; e conformando-nos ao methodo empregado em os n.os XXXIV., e XXXV., sem dificuldade acharemos a fórmula geral que mostra o valor das Pensões Vitalicias sobre tres individuos.

XLV. Como esta fórmula he bastante extensa, quando as idades dos Pensionados são diversas; e como a sua applicação exigiria calculos immensos, basta que demos a expressão das Vitalicias devidas ao capital i posto em tres vidas de igual idade.

Nomeando i o juro ordinario de i ; n, n', n'' , &c., o numero de combinações existentes no fim do primeiro anno, do segundo, do terceiro, &c.; m, m', m'' , &c. os numeros correspondentes de mortos no decurso dos mesmos annos, segundo a

H

fé-

série necrologica estabelecida; $y, y', y'', \&c.$, a Pensão Vitalicia que compete ao capital 1 sobre huma pessoa da idade que tiverem os membros das combinações no fim do primeiro anno, do segundo, do terceiro, &c.; $z, z', z'', \&c.$, a Pensão Vitalicia pertencente ao mesmo capital 1 posto em duas vidas no fim dos ditos annos; s o numero de annos que os Pensionados devem existir, teremos $\alpha = n(1+i)^s : [\overline{1+i}^{s-1} \times (n - (\frac{1}{4}m^3 : n^2) + ((m^2 : n) - (m^3 : n^2)) \times 3 : y) + (m + (m^3 : n^2) - (2m^2 : n)) \times \overline{3 : z} + \overline{1+i}^{s-2} \times (n' - (\frac{1}{4}m'^3 : n'^2) + ((m'^2 : n') - (m'^3 : n'^2)) \times 3 : y) + (m' + (m'^3 : n'^2) - (2m'^2 : n')) \times \overline{3 : z} + \&c.]$. Sobre esta fórmula pôde-se demonstrar, que quando os numeros dos mortos no decurso de hum anno, em consequencia da série necrologica he o mesmo em diversas idades, as expressões $m^3 : n^2, m'^3 : n'^2, m''^3 : n''^2, \&c.$ tambem são iguaes; e tambem que se as ditas idades diversas se vão immediatamente seguindo, se-rá $(m'^2 : n') = (m^2 : n) - (m^3 : n^2), (m''^2 : n'') = (m'^2 : n') - (m'^3 : n'^2), \&c.$ Estas duas reflexões semelhantes ás do n.º XXXVII. forão-nos muito uteis para abbreviar os calculos.

Servindo-nos desta fórmula, calculamos para todas as idades a Taboa IV. de Pensões Vitalicias sobre tres vidas, ou pessoas de igual idade.

XLVI. Mas sem entrar no detalhe das fórmulas que exprimem o valor de α nas Pensões sobre os viventes de igual idade, podemos servir-nos dos meios seguintes, que são geraes; designando por k o numero de co-pensionados com sobrevivencia reciproca, e conservando as outras denominações da mesma forte.

O numerador da fórmula he sempre $= (1+i)^s$. Para ter o primeiro termo do denominador, tomaremos a expressão seguiente $(\overline{1+i}^{s-1} : n^{k-1}) \times [n^k - (m^k : \overline{k+1}) - (n-m)^k + km^{k-1}(n-m) + k \cdot \frac{k-1}{2} \cdot m^{k-2}(n-m)^2 + k \cdot \frac{k-1}{2} \cdot \frac{k-2}{3} \cdot m^{k-3} \times (n-m)^3 + \&c.]$, onde quando tivermos substituido em lugar de k o seu valor, e depois apagado douz termos, que forçosamente se devem destruir,

dividiremos o termo $km^{k-1}(n-m)$ por y ; o seu immediato por z ; o seguinte por $v, \&c.$, denotando por $y, z, v, \&c.$ as Pensões Vitalicias sobre huma vida, sobre duas vidas, sobre tres vidas, &c.: e esta quantidade assim determinada será o primeiro termo do denominador.

Para ter o segundo termo basta notar (n.º VI.), que o numero n' de combinações, inteiramente existentes no principio do segundo anno $= (n-m)^k$, e que se deverá multiplicar este segundo termo por $(1+i)^{s-2}$ em lugar de $(1+i)^{s-1}$ multiplicador do primeiro. Teremos pois facilmente todos os termos do denominador.

Se agora suppomos a renda posta em 4 vidas, $k = 4$, e o primeiro termo do denominador $= [n - (m^4 : 5n^3) + (4:y)(m^3 : n^3)(n-m) + (6:z)(m^2 : n^3)(n-m)^2 + (4:v)(m:n^3)(n-m)^3] \times (1+i)^{s-1}$; querendo, poderemos dar a este termo huma forma de maior commodidade para o calculo, e analoga á da fórmula n.º XLV. Eis-aqui o como nos podemos convencer da exacção desta fórmula.

Cada termo do denominador da fórmula das Pensões Vitalicias, sobre pessoas de igual idade, deve conter duas partes, que multiplicadas por α , dem; huma a Pensão que se deve pagar no fim do anno, tanto ás combinações existentes total, ou parcialmente, como ás extintas; e a outra os reembolsos das Pensões que se ficão devendo ás combinações, onde morrerão hum, ou dous membros; pôde notar-se que esta segunda parte produz huma série, como a que se desenvolve da expressão $(m + \overline{n-m}^k) : (n^{k-1})$; depois de ter tirado a esta os termos primeiro, e ultimo; e dividido os restantes do modo seguinte; a saber, o primeiro delles por y , o segundo por z , &c.: e multiplicando o total por $(1+i)^{s-1}$, ou $(1+i)^{s-2}$, &c. conforme se trata do primeiro termo, do segundo, &c. Mas na fórmula geral do n.º XLVI. a primeira parte do denominador he $(n^k - (m^k : \overline{k+1})) : (n^{k-1})$, e he a primeira parte de que fallamos assima.

A segunda $[-(n-m)^k + km^{k-1}(n-m) + k \cdot \frac{k-1}{2} \cdot m^{k-2}(n-m)^2 + \&c.] : (n^{k-1})$ he o mesmo que a série desenvolvida de $(m + \frac{n-m}{m^k}) : (n^{k-1})$, tirando-lhe o primeiro termo, e o ultimo. Logo he a fórmula tal como deve ser.

XLVII. Em quanto as Pensões Vitalicias sobre tres individuos de diferentes idades; ou as tres idades, ou duas sómente diffirão entre si; os calculos precisos para construir Taboas por meio das fórmulas, são tão longos, e os erros que nelles se podem introduzir, de tão trabalhosa rectificação, que provavelmente nunca os comprehendêrão; daremos pois agora os methodos de approximação, que nos servirão para construir a Taboa V. das Pensões sobre tres individuos, dos quaes dous tem a mesma idade; e a Taboa VI. das Pensões sobre tres individuos, cujas idades são todas diferentes.

Tomemos para exemplo a série das Pensões sobre tres individuos, dos quaes dous tem 45 annos de idade, e o terceiro 5, 5, 10, &c. até 95, supposto o juro a 5:100, Taboa XVII.

Separar-se-ha esta série, em duas das quaes a primeira principio em 45, 45, 0, e finalize em 45, 45, 45; e a segunda vá desde 45, 45, 45 até 45, 45, 95 annos.

Para ter os termos da primeira série note-se que cada huma dellas deve tirar-se de huma série particular; v. g. querendo-se a Pensão de 45, 45, 5 annos, deduzir-se-ha de huma série aqui mencionada, que principia em 5, 5, 5 annos, e acaba em 5, 95, 95 annos, calculada pelo modo que se vai explicar.

Conhece-se a Pensão 5th 6^s 4^d sobre tres individuos de 5 annos, e conhecer-se-ha facilmente a de 6th 8^s 7^d, que pertence a 5, 95, 95 annos quasi igual á Pensão sobre huma vida de 5 annos; a diferença destas duas Pensões = 1th 2^s 3^d; teremos pois as diferenças particulares de todas as Pensões intermedias, nas quaes se comprehende a de 5, 45, 45 annos, dividindo esta diferença de hum modo conveniente; o que se fez proporcionando tudo á diferença total 18^s 1^d, e ás diferenças particu-

la-

lares das Pensões sobre duas vidas desde 5, 5 annos até 5, 95 annos; acharemos pois a diferença entre as Pensões para 5, 35, 35 annos, e as de 5, 40, 40 annos igual ao quarto termo da proporção 18^s 1^d : 1th 2^s 3^d :: 1^s 3^d : 1^s 6^d.

Teremos assim todas as diferenças da série, e por consequencia a mesma série, que dará a Pensão correspondente ás idades 5, 45, 45 annos. Semelhantemente se determinarião as outras desde 45, 45, 0 annos até 45, 45, 45 annos; das quaes segundo vimos, cada huma será extraida de huma série diversa.

A maneira por que determinamos a série das Pensões Vitalicias sobre tres individuos desde 5, 5, 5 annos até 5, 95, 95 annos, não he verdadeiramente rigorosa, pois não se demonstra que as suas diferenças particulares devão ter com a total razão igual á das Pensões correspondentes sobre duas vidas; mas pôde-se presumir a pequena diferença que deve haver entre estas duas razões, reflectindo em o pouco que differem nas Pensões sobre tres individuos, e sobre dous da mesma idade; e que fazendo em cada huma das Pensões sobre tres vidas, e na sua correspondente sobre duas vidas, igual mudança em cada huma das idades, estas séries deverão ficar reduzidas ás séries de Pensões sobre tres individuos, e sobre dous da mesma idade. Por tanto he de crer que não deve resultar erro considerável nas diferenças particulares das Pensões verdadeiras sobre tres vidas relativamente ás Pensões determinadas por este metodo; e deve observar-se, que sendo cada huma destas diferenças extraída de huma série diferente, todavia concordão muito bem entre si, e com as da série segunda, quando se reunem.

Pelo que pertence á segunda série, que principia em 45, 45, 45 annos, e fina em 45, 95, 95 annos, o metodo empregado na sua determinação he muito analogo ao precedente, porém mais simples.

A Pensão para tres vidas de 45 annos achou-se pelo calculo = 6th 8^s 0^d; e se o precisassemos, calcularíamos tambem

I

com

com igual facilidade a Pensão correspondente ás idades 45, 45, 95 annos; mas claro he que esta não deve differir consideravelmente da quantidade $6\frac{1}{17}^s 1^d$ = Pensão sobre duas vidas de 45 annos; teremos pois a diferença destas duas Pensões = $9^s 1^d$ = á somma das diferenças de todas as Pensões intermedias. Assim para determinar estas diferenças, basta dividir convenientemente a diferença total $9^s 1^d$; o que se faz comparando-lhes as correspondentes diferenças das Pensões sobre duas vidas, e proporcionando humas a outras. Querendo por exemplo a diferença entre as Pensões para 45, 45, 45 annos, e 45, 45, 50 annos, note-se que a Pensão para

$$\begin{array}{rcl} 45, 45 \text{ annos} & = & 6\frac{1}{17}^s 1^d \\ 45, 95 \text{ annos} & = & 8 \quad 6 \quad 9 \\ \text{Diferença} & = & \underline{\underline{1^b \quad 9^s \quad 8^d}} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 45, 45, 45 & = & 6 \quad 8 \quad 0 \\ 45, 45, 95 & = & 6 \quad 17 \quad 1 \\ \text{Diferença} & = & \underline{\underline{9 \quad 1}} \\ 45, 45 & = & 6 \quad 17 \quad 1 \\ 45, 50 & = & 7 \quad 1 \quad 2 \\ \text{Diferença} & = & \underline{\underline{4 \quad 1}} \end{array}$$

Proporção.

$1^b 9^s 8^d : 9^s 1^d :: 4^s 1^d : x = 1^s 3^d$ diferença pedida; mas a Pensão para 45, 45, 45 annos he = $6\frac{1}{17}^s 0^d$; logo a de 45, 45, 50 deve ser $6\frac{1}{17}^s 3^d$.

XLVIII. As Pensões Vitalicias sobre três individuos desiguais em idade, forão tambem calculadas por hum methodo analago aos precedentes.

Supponhamos que se trata de calcular as Pensões intermedias entre a de 30, 40, 40 annos, e a de 30, 40, 95 annos: a primeira tem duas idades iguaes; logo he conhecida, e igual

a

á $6\frac{1}{17}^s 1^d$; a ultima deve coincidir com a de duas pessoas de 30, e 40 annos, e por tanto = $6\frac{1}{17}^s 2^d$; diferença = $5^s 1^d$; de cuja conveniente divisão depende a boa determinação das diferenças, e das Pensões intermedias; foi o que se fez, distribuindo-a proporcionalmente á diferença total, e ás diferenças parciais da série das Pensões sobre tres vidas, que principia em 30, 40, 40 annos, e finaliza em 30, 95, 95 annos. A primeira destas duas Pensões he igual $6\frac{1}{17}^s 1^d$, com facilidade temos a segunda = $7\frac{3}{11}^s 1^d$, que differe muito pouco da Pensão sobre huma pessoa de 30 annos.

Por tanto a diferença entre as Pensões para 30, 40, 60 annos, e para 30, 40, 70 annos, he o quarto termo desta proporção, $7\frac{3}{11}^s 1^d - 6\frac{1}{17}^s 1^d : 5^s 2^d :: 6\frac{1}{17}^s 2^d - 6\frac{1}{17}^s 1^d : 1^s 1^d$. Da mesma sorte determinaremos as outras diferenças, e construiremos sem dificuldade a série pedida.

CAPITULO QUINTO.

Das Pensões Vitalicias postas sobre hum grande numero de vidas, isto he, das Tontinas.

XLIX. **A**S Taboas das Pensões Vitalicias, que se tem publicado, não se estendem a mais do que ás Pensões sobre tres vidas: poder-se-hião continuar; mas além dos extensos calculos que exigirão, e cada vez mais á medida que o numero dos Pensionados fosse augmentando, a sua utilidade não corresponderia, por serem estas Pensões muito menos usadas, e porque a sua avaliação pôde fazer-se approximadamente com menor risco de errar.

Sabe-se por exemplo que as Pensões por 100 libras de capital, e para 40 annos de idade, sobre huma vida, duas, e tres, são $7\frac{1}{15}^s 5^d$, $6\frac{1}{17}^s 9^s 9^d$, $6\frac{1}{17}^s 2^s 2^d$, supondo o juro a 5:100; disto, e de outras causas se conclue, que as diferenças destas Pensões vão successivamente diminuindo; logo se a questão ver-

far

far sobre quatro vidas de 40 annos, a diferença desta Pensão á de tres vidas $< 6^{\text{lb}} 9^{\text{s}} 9^{\text{d}} - 6^{\text{lb}} 2^{\text{s}} 2^{\text{d}}$, $< 7^{\text{s}} 7^{\text{d}}$; fazendo-a pois $= 3^{\text{s}} 0^{\text{d}}$, e logo a Pensão procurada $= 5^{\text{lb}} 19^{\text{s}} 2^{\text{d}}$, he verosímil que esta Pensão não diffira muito da verdade, e mesmo que a diferença não chegue a hum soldo.

Podemos tambem determinar a menor das Pensões correspondentes a diversos numeros de vidas de huma idade determinada; por exemplo, no caso em que se trata de pessoas que tem 40 annos, por muitas que sejão, como nenhuma dellas pôde viver mais de 96 annos, segundo a nossa série necrologica, a menor Pensão deve equivaler á que se deveria pagar, supondo-lhe 56 annos de duração; e por consequencia (n.^o XXIX.) $= 5^{\text{lb}} 7^{\text{s}} 0^{\text{d}}$.

L. Para calcular as Pensões Tontinas, tomou-se por base a série necrologica de Mr. de Buffon. Como esta série he fundada sobre hum grande numero de pessoas, dá idades maiores do que as outras; ora se estas pessoas fossem todas escolhidas como os Tontinados, he de crer que a sua mortalidade seria menos rapida, e que por tanto algum delles levaria mais longe a sua carreira; logo não deve temer-se que os Tontinas assim calculadas pequem por defeito; mas não obstante sahem menores do que as correspondentes a outra série necrologica; deve pois dar-se a preferencia a esta.

He assás evidente que a idade dos Tontinistas influe sobre a grandeza provavel da duração da Tontina; mas o numero delles tambem deve ter sua influencia, pois he provavel que em igualdade de circunstancias, a Tontina deverá extinguir-se, tanto mais tarde, quanto maior for o numero dos Tontinistas.

Por tanto concluiremos que toda a theorica das Tontinas está comprehendida na fórmula do n.^o XIV., $\log. m = \log. n - (\log. z : q)$, e na do n.^o XXIX., $b = p i \times \frac{1}{1+i^s} : (1+i^s - 1)$.

Com effeito são dados, o numero q de Tontinistas; o numero n de vivos, que á idade delles corresponde na série necrologica; logo teremos facilmente m = ao numero de mortes, que entre estes vivos deve acontecer, para se poder apostar

con-

contra i em como a Tontina está extinta; ver-se-ha pois na série que tempo corresponde áquelle numero de mortes, e este será a duração provavel da Tontina: teremos assim o valor de s ; e a segunda fórmula nos dará o valor de b .

Este metodo parecido ao do n.^o XLIII. nos conduziria a inconvenientes analogos, se quizessemos servir-nos delle para determinar as Pensões Vitalicias sobre hum numero pequeno de vidas; determinando assim a Pensão sobre tres vidas de 40 annos, juro supposto a 5 por 100, achariamos $5^{\text{lb}} 18^{\text{s}} 2^{\text{d}}$, em lugar de $6^{\text{lb}} 2^{\text{s}} 2^{\text{d}}$; mas esta diferença diminue á medida que o numero de vidas aumenta, por ser então provavel que o instantaneo da morte do ultimo Tontinado será outro tanto menos remoto do que se teria pela fórmula do numero XIV.: demais, o effeito deste pequeno erro influirá tanto menos no valor da Pensão, quanto maior for a idade a que o ultimo Pensionado haja de chegar.

LI. Temos com tudo hum meio muito facil para verificar até que ponto nos poderemos fiar no metodo precedente; para este fim supponhamos huma classe da Tontina composta de 100 pessoas de 30 annos de idade: vendo quanto pela fórmula $m^q : (n^q - m^q)$ se pôde apostar contra i em como a Tontina já não existe, quando os Capitalistas tiverem 80 annos, acharemos $\frac{10}{7882}$; isto he, que tendo 7882 Capitalistas daquella idade, sómente 10 terão morrido aos 80 annos; logo se houvessem 10000 Tontinas semelhantes, 13 com pouca diferença serião as extintas.

Semelhantemente acharemos quantas destas 10000 Tontinas supostas tem acabado nas idades 81, 82, 83 annos, &c.

Conheceremos pois quantas Tontinas se extinguem entre os 80, e 81 annos, entre os 81, e 82, &c.; notando agora que a morte do ultimo Tontinado existente deve suppôr-se acontecida no fim do seu anno respectivo, concluiremos que a duração das Tontinas extintas entre os 80, e 81 annos deve ser avaliada em 51 annos; desta maneira teremos pois o tempo

K

da

da existencia de cada huma das 10000 Tontinas ; e por tanto (n.º XXIX.) facilmente determinaremos a Pensão de cada huma ; sommando-as depois todas, e dividindo por 10000, teremos a Pensão pedida.

Só pôde haver dificuldade no tempo correspondente ás 13 Tontinas extintas antes dos 80 annos ; mas pôde suppôr-se que se extinguírão entre os 69, e 80 annos, suposição muito proxima á verdade ; e que aliás deve apenas causar hum erro insensivel na avaliação da Pensão.

Tendo assim calculado a Pensão referida , nenhuma diferença encontrâmos entre ella , e a que calculâmos pelo methodo do n.º XLIX. ; e como cada classe das Tontinas contém ordinariamente mais de 100 pessoas, menor erro se deverá temer ; pôde pois olhar-se este methodo como exactissimo na pratica ; por elle mesmo foi calculada a Taboa VII. para diferentes idades , e diferentes numeros de Capitalistas.

LII. Mr. Deparcieux contenta-se (pag. 116) com suppôr que o ultimo dos Capitalistas pertencentes a huma classe da Tontina chega a $92\frac{1}{2}$ annos de idade , qualquer que seja o numero , e idade dos mesmos Capitalistas ; em consequencia desta hypothese calcula as Pensões Tontinas para todas as idades. Todavia , parece impossivel que nos dispensem de attender ao numero dos Tontinistas ; porque se , por exemplo , tratarmos de huma classe composta de 400 Tontinistas , desde 50 até 55 annos , ou em geral de $92\frac{1}{2}$ annos , acharemos empregando o methodo assima dito , que deve durar $45\frac{2}{3}$ annos , e que a Pensão para 1000 libras deve ser $56^{lb} 0^s 10^d$; mas Mr. Deparcieux suppõe a sua duração = 40 annos ; e assim faz subir a Pensão a $58^{lb} 5^s 7^d$, sendo o juro a 5 : 100. Achariamos diferenças mais notaveis se o numero dos Tontinistas fosse maior , e elles mais velhos.

LIII. Desejando conhecer qual deve ser o accrescimo da Pensão primitiva correspondente a hum dado numero de annos passados desde o instante do contrato , facilmente o achariamos

por

por meio da série necrologica dos Tontinistas , feita por Mr. Deparcieux , e por nós publicada na Taboa XIV.

Suppondo para exemplo o juro a 5 por 100 , e a classe composta de 400 individuos , entre 30, e 35 annos de idade , ao que se pôde substituir 32 annos de idade commum , vamos determinar que Pensão compete aos Tontinistas vivos 40 annos depois , isto he , na idade de 72 annos.

Na Taboa primeira vê-se que a Pensão primitiva correspondente a cada hum dos Capitalistas = $52^{lb} 4^s 11^d$; logo a Pensão total que se deve pagar em quanto durar a Tontina = $400 \times (52^{lb} 4^s 11^d) = 20898^{lb} 6^s 8^d$; mas por meio da série necrologica de que fallamos , conclue-se que de 718 Capitalistas , de 32 annos de idade , só 271 chegão aos 72 annos ; logo de 400 sómente 151 chegárão á mesma idade ; entre elles deve repartir-se o total $20898^{lb} 6^s 8^d$; logo cada hum receberá $138^{lb} 8^s 0^d$ de Pensão (1).

C A P I T U L O S E X T O .

Onde se mostra quanto se deve tirar annualmente das Pensões Vitalicias , para que paguem o que lhes pertence dos Impostos Regios.

LIV. Quando os Proprietarios de terras pedem qualquer quantia emprestada a juro , traspaßão , por assim dizer , ao Capitalista a propriedade de huma porção das suas terras , cujo valor equivale á quantia pedida ; e logo o juro annual dessa quantia representa huma renda annual : por tanto , com toda a razão os devedores de juros , ou de quaequer outras rendas perpetuas , que pagão ao Rei os tributos por elle impostos sobre as suas rendas , com toda a razão , torno a dizer , pertendem que

(1) O Author passa em silencio as Tontinas , onde por morte dos Capitalistas sómente se divide pelos mais huma determinada parte da sua Pensão , que algumas vezes vai diminuindo á medida que o fim da Tontina se deve ir aproximando : em outro lugar trataremos deste genero de Tontinas.

os seus crédores paguem a porção pertencente ao juro que recebem : todas as estipulações contrarias são reputadas nullas nos Tribunaes ; porque 1.º o juro está fixado pela Lei ; 2.º esta exige que o Imposto seja pago pelas rendas. Não acontece o mesmo nas Pensões Vitalicias : como o juro Vitalicio não he determinado pelas Leis , pôde suppôr-se que no tempo da pactuação de huma certa Pensão Vitalicia paga sem abatimento algum , se attende ao valor dos impostos presentes , e até mesmo ás probabilidades sobre os futuros.

Não suparemos pois que se trata deste caso , mas sim de quando por qualquer motivo não se faz menção dos Impostos na escritura , ou condições do contrato ; o que succedeo em todas as Pensões Vitalicias precedentes á criação dos mesmos impostos : nestas circunstancias devemos suppôr que as Pensões se prefixárao sem attender ao Imposto , e logo ha no Pensionante fundamento para fazer certos descontos nas Pensões.

LV. Para justamente avaliar estes descontos , pôde-se calcular a Pensão Vitalicia propria a cada idade , tomado por base o juro a que fica reduzido o juro ordinario depois de pagar o Imposto : assim supondo o juro a $5:100$, o Imposto de 11 por cada 100 de renda , ficará o juro reduzido a $\frac{89}{2000}$ por 1 , e este será o que sirva de base ao Calculo das Pensões Vitalicias ; e como alias se conhecem os correspondentes , calculados na hypothese de $5:100$, facilmente obteremos o desconto que se lhes deve fazer.

Por exemplo. Com o juro de $5:100$, huma pessoa de 50 annos deve por 100 libras de capital receber $9\frac{1}{2}0^s8^d$ de Pensão Vitalicia : mas fendo o juro a $89:2000$, competem-lhe $8\frac{1}{2}10^s10^d$; logo o desconto que este Pensionado deve receber em toda a sua vida he de 9^s10^d por cada $9\frac{1}{2}0^s8^d$; logo o desconto correspondente a 100^b de Pensão será o quarto termo desta proporção $9\frac{1}{2}0^s8^d : 9^s10^d :: 100^b : 5\frac{1}{2}8^s10^d$; deste modo foi calculada a Taboa XVII.

LVI. A avaliação que fizemos dos descontos constantes que competem a hum Capitalista durante a sua vida inteira , tem lu-

gar

gar não só na suposição de que o Imposto se lançou no instante em que se lavrou o contrato da Pensão , ou logo immediatamente , mas tambem quando o contrato he mais antigo : com effeito , deve suppôr-se que no instante da imposição , em virtude da mortalidade acontecida na forma da série necrologica , restão ao Pensionante para pagamento das Pensões existentes os capitais que naquelle mesmo instante deveria exigir , a fin de pagar as mesmas Pensões a pessoas da idade que então tem os Pensionados ; logo para que o Pensionante não tenha lucro , nem perjuiço com o Imposto , deve tratar os antigos Pensionados da mesma forte que os modernos ; e por consequencia descontar a todos iguaes quantias.

LVII. Se o Imposto reduz o juro a metade , também as rendas perpetuas ficarão reduzidas a metade ; mas ficará evidente que as Pensões Vitalicias iguaes devem padecer menor desconto , se demonstrarmos que decrescem em menor razão que os juros sobre quem forão calculadas ; isto he , justamente da mais facil percepção , apenas se pense no que fica dito (n.º XXIII.) ; porque tendo o Pensionante posto a juro o dinheiro por elle havido dos Pensionados , se o Imposto reduz este juro a metade , deverão tambem reduzir-se a metade os juros que recebe no fim do anno ; mas não lhe acontecerá o mesmo ao capital que lhe for preciso reembolsar para completar os correspondentes pagamentos que deve fazer aos Pensionados : deve pois o todo ser mais de metade do que antes era.

Logo geralmente fallando , devem os descontos das Pensões Vitalicias ser inferiores aos de iguaes rendas perpetuas.

LVIII. O desconto em huma Pensão Vitalicia , não sómente deve ser menor que o desconto em renda perpetua de igual quantia ; mas como facilmente se demonstra , deve tambem ser inferior ao de huma renda perpetua , cujo capital equivaler ao da Pensão Vitalicia. Com effeito , se em vez de calcular o abatimento constante , que se deve annualmente fazer em huma Pensão Vitalicia , em consequencia das idades dos Pensionados no

instante em que a Pensão ficou sujeita ao Imposto, quizessemos abater em cada pagamento a mesma quantia que o Pensionante recebe de menos, notariamos que o capital restante deve representar o valor das Pensões Vitalicias, que subsistem, calculadas para a idade actual dos Pensionados; este capital vai pois diminuindo relativamente ás Pensões Vitalicias que ainda ficão; logo ver-se-ha o Pensionante obrigado a fazer entrar no pagamento huma porção de capital relativamente maior, e por consequencia ha de obter menor porção de juro; e como o Imposto recahe sobre este juro, segue-se que o desconto em cada Pensão Vitalicia existente irá diminuindo sempre: mas este desconto no fim do primeiro anno do contrato he com muito pouca diferença igual ao da renda perpetua correspondente ao mesmo capital; logo se reduzirmos todos os descontos parciaes a hum total, e dividirmos pelo numero delles a fim de ter hum desconto medio constante para todos os annos, será este menor que o da renda perpetua, cujo principal equivale ao da Pensão Vitalicia.

LIX. O que temos dito no presente Capitulo suppõe que a duração do Imposto he pelo menos igual á duração da vida maior que os Pensionados da idade proposta podem pertender; mas se o Imposto fosse lançado por hum tempo indefinito, por exemplo, até o fim de huma guerra, seria preciso empregar outro methodo no calculo dos descontos.

LX. Supponhamos que se trate de determinar o desconto que se deve fazer este anno ao pagamento de huma pessoa de certa idade; por exemplo, 25 annos: adoptadas todas as denominações do n.º XXIII., e além disto chamando r o Imposto sobre a unidade de renda, ver-se-ha que o total desconto feito ao Pensionante no fim deste anno = nir ; logo o que pertence a cada huma das Vitalicias x , que devem ser pagas, e cujo numero = $n - \frac{1}{2}m$, he $inx : (n - \frac{1}{2}m)$; logo se a Pensão for de 100 libras, o desconto = $100nir : x(n - \frac{1}{2}m)$.

A mesma pessoa no principio do anno seguinte ha de ter

26 annos; logo se designamos por x' a Pensão correspondente a 1 de capital, e a 26 annos de idade; discorrendo como no paragrafo precedente, acharemos que o desconto competente a huma Pensão de 100 libras paga no fim daquelle anno = $100n'ir : x'(n' - \frac{1}{2}m')$; da mesma sorte determinaremos o desconto correspondente á Pensão de hum Capitalista de qualquer outra idade no fim daquelle mesmo anno.

Exemplo. Supposto o juro a 5 por 100, hum Imposto $r = \frac{11}{100}$, e a idade 0 annos, se $n = 1400$, $m = 275$, e $x \times 100$ libras = á renda $8\frac{1}{4} 10\frac{1}{4} 2\frac{1}{4}$, que nas Taboas corresponde á idade proposta; o desconto que se deve fazer no fim deste anno a huma Pensão Vitalicia de 100 libras = $7\frac{1}{4} 3\frac{1}{4} 4\frac{1}{4}$; na fórmula se vê que este desconto aumenta, e diminue na razão do Imposto, e tambem na razão do juro i : pois que tanto o r , como o i são factores do antecedente, ou numerador da razão; e além disso x cresce, ou decresce menos do que i relativa, e proporcionalmente fallando.

LXI. No caso precedente deverá o Pensionado receber cada anno hum novo desconto; mas em o n.º XLV. estabelece-se huma Pensão media, e constante, a qual determinada para hum Pensionado de qualquer idade, deve durar tanto como a sua Pensão Vitalicia.

LXII. Se o numero de annos, supposto menor que a vida provavel do Pensionado, fosse conhecido, poder-se-hião prefixar os descontos annuos como em o numero precedente; ou tambem achar o Imposto medio, e constante correspondente ao mesmo numero de annos; por exemplo: se este numero = 3, se k , p , q exprimem o desconto no fim do primeiro, do segundo, e do terceiro anno, o desconto constante procurado = $(k \times i + 1^2 + p(1+i) + q) : (1+i^2 + 1+i + 1)$.

LXIII. Tambem seria facil repartir este desconto por toda a duração provavel da Pensão Vitalicia, introduzindo no seu calculo, durante o conveniente numero de annos em lugar do juro i , outro novo juro j , ao qual o primeiro se reduza por cau-

da do Imposto; de sorte que, tratando-se de Pensões Vitalicias sobre huma vida, e supondo que a imposição deva durar 3 annos, achar-se-ha que a Pensão, depois de abatido o desconto, $= n(1+j)^3(1+i)^{s-3} : [(n - \frac{1}{2}m)(1+i)^{s-3} \times (1+j)^2 + (n' - \frac{1}{2}m')(1+i)^{s-3} \times (1+j)^1 + (n'' - \frac{1}{2}m'')(1+i)^{s-3} \times (1+j)^0 + (n''' - \frac{1}{2}m''')(1+i)^{s-3-1} + (n'''' - \frac{1}{2}m'''')(1+i)^{s-3-2} + &c.]$.

LXIV. Poderíamos ampliar mais estas reflexões; porém se nos for preciso, facilmente as supriremos com o que fica dito; e como aliás parece que esta Theorica não deve produzir grande utilidade na pratica, principal objecto da presente Obra, damos as Taboas dos descontos relativos sómente ás Pensões Vitalicias postas em huma vida.

LXV. Na primeira parte desta Obra, quando explicámos a Taboa III., onde as idades forão contadas de 5 em 5 annos, dissemos que por intervenção das Pensões já calculadas poderíamos determinar com exacção suficiente as Pensões das idades intermedias, que não se encontrão nas Taboas: agora o faremos ver por meio de hum exemplo.

Supponhamos que se trate de conhecer a Pensão sobre duas vidas de 23, e 42 annos; na hypothese do juro a 5 por 100. Conhece-se a Pensão sobre duas vidas de (20, 40) annos = $6\frac{1}{2} 1^s 2^d$; e a de (20, 45) annos = $6\frac{1}{2} 2^s 11^d$; logo conhece-se a sua diferença = $1^s 6^d$: e como a Pensão para (20, 42) annos deve achar-se nos $\frac{2}{5}$ do intervallo que separa a Pensão para (20, 40) annos, da que compete a (20, 45) annos, tomaremos os $\frac{2}{5}$ da diferença, $1^s 9^d$, o que nos dará 9^d ; sommando-os agora com $6\frac{1}{2} 1^s 2^d$, teremos $6\frac{1}{2} 1^s 11^d$ = Pensão para (20, 42) annos; por hum modo semelhante achariamos que a Pensão para (25, 42) annos = $6\frac{1}{2} 4^s 1^d$.

Finalmente conhecendo a diferença $2^s 2^d$ destas duas Pensões, tomaremos os seus $\frac{3}{5}$, e teremos $1^s 3^d$, que sommaremos com $6\frac{1}{2} 1^s 11^d$; resultará $6\frac{1}{2} 3^s 2^d$, que se pôde olhar como a Pensão verdadeira correspondente a (23, 42) annos.

AP-

APPENDICE.

PA RA fazer mais completa e geral a utilidade da presente Obra, lhe addicionamos em forma de Appendix a Theorica, e Prática dos juros compostos, descontos, e annuidades; servindo-nos das Taboas para este fim calculadas pelo Dr. Price; e terminando com a publicação das series Necrologicas de M. Halley, e de Northampton, cuja celebridade as constitue interessantes.

T A B O A I.

A Taboa I. tem por titulo: „Actual valor do Capital, que no fim de hum certo numero de annos não maior que 100, deve ser igual a 1; supondo-o posto a juro a razão de $2, 2\frac{1}{2}, 3, 3\frac{1}{2}, 4, 4\frac{1}{2}, 5, 6, 7, 8, 9$, e 10 por cento”.

Nas columnas, que por sima tem *Annos*, denotão-se os annos, no fim dos quaes deve ser recebida a quantidade 1, equivalente á somma do Capital, e seu juro correspondente ao mesmo numero de annos: o algarismo, que está no alto das outras columnas, mostra a como por 100 se deve pôr a juro o mesmo Capital, para que no fim dos annos mencionados venha a ser 1; e o numero, que occupa o lugar, onde concorre a linha transversal, que se pôde imaginar tirada pelo numero dos annos, com a vertical que passa pelo algarismo indice do juro, he justamente o Capital, que posto agora a vencer o juro indicado pelo dito algarismo, deve, no fim do numero de annos correspondente, ser igual a 1. Assim na columna marcada 6, e defronte do numero 20, achamos 311805; e logo 0,311805 he o Capital, que posto a juro de 6 por 100, deve no fim de 20 annos ser igual a 1.

A

THEO-

THEORICA.

Os numeros XXIV., XXXIX., &c. encerrão, por assim dizer, a Theorica da Taboa I., que deve servir de base geral para todos os cálculos relativos a juros, e a descontos, abatimentos, ou rebates.

He certo que nesta especie de contratos entra Tempo e juro correspondente: ora supondo que 100 seja o Capital posto ao juro da lei, teremos 5 de lucro no fim de hum anno; porém 5 recebidos no fim de hum anno, e 5 recebidos no fim de outra época differente, nem já tem o mesmo valor relativamente aos generos por elle representados, nem satisfazem as condições do contrato, nem dão ao Mutuante o mesmo lucro: as primeiras consequencias são evidentes; a terceira da mesma forte, pois que ninguem pôde prohibir ao Mutuante dar a juro os 5 recebidos no fim de 1 anno, e logo no fim do segundo anno receberá de huma parte 5 de juro do seu Capital, e da outra o juro do primeiro juro 5; continuando semelhantemente, virá no fim de qualquer numero de annos a receber o seu primeiro Capital mais o seu juro, e juro de juros correspondente ao mesmo numero de annos: logo se o devedor lhe não paga o juro no fim do tempo estipulado no contrato, deve elle mesmo pagar as perdas, que por esta causa motiva ao seu créador, dando-lhe tambem o rejuro vencido no tempo que lhe demora os pagamentos. Demais, ninguem duvidará, que o Mutuado pôde negocear com o juro em quanto o não paga, recebendo assim lucros de hum dinheiro, que já não he seu, em damno do verdadeiro proprietario; e logo a sua propria utilidade o faria usar desta fraude, se outras circumstancias mais poderosas lho não impedissem.

Hum raciocinio semelhante mostrará que o juro composto deve servir de base a todos os mais cálculos de emprestimos, rebates, annuidades, &c.

Supponhamos pois representado por c o Capital, que se

de-

deve pôr a juro, para que no fim de hum certo numero n de annos valha a quantidade v , sendo i o juro annual da unidade; e teremos que no fim do primeiro anno he $v = c(1+i)$, por quanto se i rende i em hum anno, c renderá ci , e logo no fim de hum anno deveremos receber o Capital c mais o seu juro annual ci , ou $c + ci = c(1+i)$. Semelhantemente veríamos, que no fim do segundo anno deve ser $v = c(1+i)^2$, no fim do terceiro $= c(1+i)^3$; logo no fim do numero n de annos será $v = c(1+i)^n$.

Esta formula resolve todos os casos relativos aos emprestimos, e rebates; por quanto

Primeiro: Conhecido o Capital presente c , o juro annual i da unidade, e o numero n de annos, que este Capital deve andar emprestado, ou a juro, o que he o mesmo, a formula mostra, que a quantidade reversivel ao créedor será $v = c(1+i)^n$.

Segundo: Conhecida a quantidade v , que o Mutuante, ou Rebatedor deve receber no fim do numero dado n de annos, e demais o juro annual i da unidade, tiraremos da formula a quantia que o mesmo Rebatedor deve dar actualmente $= c = v : (1+i)$.

Terceiro: Conhecido o Capital emprestado c , e a quantia v , que o créedor pertende vir a receber por elle no fim de hum dado numero n de annos; da formula se conclue, que o juro annual da unidade vencido pelo Capital c durante o dado numero de annos, he $i = \sqrt[n]{v:c} - 1$.

Quarto: Supondo em fim, que se pertende conhecer em quantos annos o Capital c , posto ou emprestado ao juro i , deve chegar a ter o valor v ; da mesma formula tiraremos $\log. v = \log. c + n \log. (1+i)$, e logo $n = (\log. v - \log. c) : \log. (1+i)$.

Tendo pois mostrado como devem ser feitos os cálculos dos juros, rebates, &c., não devemos passar em silencio outros tres modos, que o Commercio emprega em circumstancias semelhantes.

Def-

APPENDICE.

A. Descontão alguns a juro composto, mas com o juro por dentro; e nisto differem do metodo referido, ao qual chamão desconto a juro e rejuro, com o juro por fóra. Praticão pois este outro metodo, dizendo: se 100 vence 5 em hum anno, devo dar 95 pelos 100, que hei de receber no fim de hum anno; e assim pelo valor v , que hei de receber no fim de hum certo numero n de annos, sendo i o juro annual da unidade, devo dar hum Capital $c = v(1 - i)^n$, em lugar de $c = v : (1 + i)^n$, que assima determinamos; e isto porque sendo v o que hei de receber no fim de hum anno, devo, segundo o raciocinio sobredito, dizer $95 : 100 :: c : v$, donde resulta $c = v(100 - 5) : 100$, e assim por diante. Ora este emprestimo he menos a favor do Mutuado, por ser $v(1 - i)^n < v : (1 + i)^n$, ou $(1 + i)^n (1 - i)^n < 1$, ou $(1 - i)^2 < 1$; além do que, he lesivo, por quanto desconta mais do que o juro e rejuro. Com effeito dando 95 ao principio do anno, deve no fim delle receber 95 mais o juro de 95, quantidade < os exigidos 100.

B. Descontão outros a juro simples com o juro por dentro, e esta he de todas as maneiras de rebater a mais perjudicial ao devedor. Dizem pois, se por cada 100 devo descontar 5 em hum anno, em 6 annos descontarei 30, e logo darei 100 - 30 ou 70 por 100, que hei de receber no fim de 6 annos: de modo, que, segundo as nossas denominações algebricas, he $c = v(1 - n i)$: ora para conhecer a injustiça manifesta e exorbitante desta maneira de rebater, basta advertir, que se no caso proposto houvesse de receber os 100 no fim de 20 annos, nada deveria dar por elles; e por mais de 20 annos deveria ainda em sima receber.

C. A' maneira ultima del rebater chamão rebater a juro simples com o juro por fóra. Consiste em raciocinarem do seguinte modo: se 100 no fim de hum anno chega a 105, tenho que por 105 a receber no fim de hum anno, devo dar 100 no principio delle; e logo por v darei o quarto termo da proporção $105 : 100 :: v : c = v \cdot 100 : 105$; e generalizando, fazem $c =$

v

APPENDICE.

$v(1 + ni)$. Este modo de rebater he claramente vantajoso ao devedor; porque não pagando os juros no fim dos annos respectivos, pôde com estes girar de modo, que os seus lucros venham depois a pagar-lhe parte da dívida; quando alias estes lucros são realmente devidos tambem ao Mutuante.

Concluiremos, que as maneiras A e B de rebates são danosas ao devedor; pelo contrario a maneira C lhe he muito favoravel, mas não justa pelas razões ponderadas, das quaes se collige tambem, que o metodo preferido por nós e outros muitos, he justo ou racionavel, por ser igualmente vantajoso aos douos Contratantes.

Este foi por tanto o metodo, que servio de base ao cálculo da Taboa I., onde os numeros das columnas dos annos equivalem aos diferentes valores de n ; os algarismos indices dos juros divididos por 100 correspondem ao nosso i ; v fez-se constantemente igual a 1; e os numeros das columnas são os diversos valores de c , correspondentes a n , i , e 1.

Por tanto se na formula $v = c(1 + i)^n$ fazemos $v = 1$, $i = 6 : 100$, $n = 20$, acharemos $c = 0,318046$ como assima.

P R A T I C A.

Exemplo 1.

Quanto devo emprestar a juro de 5 por 100, para no fim de 34 annos receber 1000 moedas?

Na Taboa I. defronte dos 34 annos, e na columna, cujo indice he 5, acharemos 0,190355, que he quanto se deve emprestar, segundo as condições propostas, para vir a receber 1; logo para receber 1000, emprestar-se-ha 0,190355 multiplicado por 1000, ou 190,355.

2.

Quanto por 20000 reis, que me offerecem pagar no fim de 3 annos, devo dar agora, rebatendo a razão de 6 por 100?

Na columna 6 defronte do 3 vê-se 0,839619, que he

B

quan-

APPENDICE.

quanto deve dar-se para se receber 1 : logo para vir a receber 20000 reis, daremos 0,839619 multiplicado por 20000 reis, ou 16792,38 reis.

Quanto por 1800 reis, que provavelmente hei de receber no fim de 8 mezes, devo dar agora, descontando a razão de 6 por 100?

No Supplemento á Taboa I. achamos na columna 6, defronte do 8 da columna dos mezes, 0,961899, que he quanto se deve dar segundo as condições do problema, para vir a receber 1 : logo para receber 1800, daremos o producto de 0,961899 por 1800, ou 1731,4182 reis.

T A B O A II.

A Taboa II. he em certo modo a inversa da precedente; nella se mostra a quanto sóbe o Capital 1 posto a juro de 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10 por 100, conforme os annos marcados nas columnas assim denominadas. Por exemplo, na columna 6, defronte do numero 23, vê-se 3,819749; donde se conclue, que o Capital 1 a juro de 6 por 100, deve no fim de 23 annos equivaler a 3,819749.

T H E O R I C A.

A Theorica, que servio de base á construcção desta Taboa, he a mesma da precedente, com a diferença de se supôr na equação $v = c(1+i)^n$, que $c = 1$, e de serem os numeros tabulares iguaes aos correspondentes valores de v : assim no caso proposto, fazendo $c = 1$, $i = 0,06$, $n = 23$, acharémos $v = 3,819749$.

P R A T I C A.

Exemplo I. Quantos por 1000 reis, devo dar para receber 1200 moedas a juro de 4 por 100; quanto importão no fim de 38 annos?

B

Em

APPENDICE.

sb 1 Em a columna 4 defronte do numero 38 acha-se 4,438813, importe de 1, segundo as condições da questão: logo o importe de 1200 será 4,438813 multiplicado por 1200, ou 5326,5756 moedas, ou 25567563 reis.

2.

Quantos annos deve estar a juro de 5 por 100 o Capital 12000 cruzados, para equivaler a 33791942 reis?

Advertindo que 12000 cruzados valem tanto como 480000 reis, diremos $480000 : 33791942 :: 1 : x$, donde se tira x igual a 7,039988, quociente de 33791942 por 480000; concluiremos pois, que o Capital 1 deve subir a 7,039988 no mesmo tempo, segundo as condições da questão: procurando agora este numero na columna 5, e vendo que corresponde a 40 na columna dos annos, concluiremos que 40 são os annos perguntados.

3.

A quanto por 100 se deve pôr a juro 1500 moedas, para em 24 annos me valerem 7608,54 moedas?

7608,54 dividido por 1500 dá 5,07236; logo he 5,07236 o valor de 1 relativo ás condições propostas; procurando-o pois na transversal, que passa pelo numero 24 da columna dos annos; e achando-o na columna marcada 7, concluiremos que 7 he o juro procurado.

T A B O A III.

A Taboa III. mostra os diversos valores, que actualmente correspondem a 1 de annuidade, conforme os annos que esta annuidade deve durar, e conforme se toma por base hum dos juros 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10 por 100: os numeros das columnas são pois os ditos valores; os algarismos, que servem de titulos ás mesmas columnas, os juros correspondentes aos mesmos valores; e os numeros, que na columna dos annos ocupão o mesmo lugar, representão a duração que compete áquelle annuidade. Assim querendo saber quanto devo dar,

part

APPENDICE.

para que, supondo o juro annual de 5 por 100, receba 1 de annuidade durante 20 annos, buscaremos a columna do 5, e na dos annos o numero 20; descendo pela primeira até o lugar fronteiro ao numero 20, acharemos 12,4622, Capital procurado.

THEORICA.

Em varios paragrafos da Obra precedente fica dito o que deve entender-se por annuidade; mas a Theorica particular dessa Taboa encontra-se toda em o numero XXX. na formula $p = b((1+i)^s - 1) : (1+i)^s$, onde $b = 1$, $i =$ ao juro annual da unidade, ou igual ao juro de 100 dividido por 100, ou igual aos algarismos indices das columnas divididos por 100; $s =$ ao numero de annos da questão; e $p =$ aos diversos valores, ou capitais enunciados nas columnas: de modo, que supondo $b = 1$, $i = 0,05$, $s = 20$, teremos $p = 20((21:20)^{20} - 20) : (21:20)^{20} = 12,4622$.

PRACTICA.

Exemplo 1.

Quanto devo dar a fim de receber 24 annos successivos 100 moedas de renda annual, supondo o juro a 6 por cento?

Na columna 6 defronte do numero 24 da columnas dos annos acharemos 12,5503, Capital correspondente a 1 de annuidade, segundo as condições da questão; logo a 100 corresponderá 12,5503 multiplicado por 100, ou 1255,03.

Para que por 15372,4 moedas receba 30 annos successivos 1000 moedas de annuidade, a como por 100 as deverei pôr a juro?

Pois que a 1000 moedas de annuidade correspondem 15372,4 moedas de Capital, a 1 corresponderá 15372,4 dividido por 1000, o mesmo que 15,3724: correndo agora pela linha transversal correspondente aos 30 annos, e vendo 15,3724 na columnas cujo indice he 5, concluiremos ser 5 o juro procurado.

N.B.

APPENDICE.

N.B. Facilmente arbitraremos o juro mais proximo, quando o numero procurado não cahir exacto nas Taboas, por meio da diferença entre elle e os seus proximos Tabulares: o mesmo faremos em todos os mais casos semelhantes.

3.

Quantos annos deverei receber 10000 cruzados de annuidade por 166630 cruzados, que empresto a juro de 4 por 100?

Como a 10000 cruzados corresponde hum fundo de 166630 cruzados, a 1 corresponderá 16,6630; indo pois á columnas, cujo indice he 4, e vendo que 16,6630 corresponde ao numero 28 na columnas dos annos, concluiremos ser 28 o numero procurado de annos.

Dando a quantia 1576,18 peças de 6400 a juro de 6 por 100; e querendo o pagamento ou reversão feita em annuidades no espaço de 50 annos, quanto devo receber cada anno?

Na columnas 6 defronte do 50 acharemos 15,7618; donde se conclue, que, segundo o theor da questão, dando 15,7618 de peças, devo receber 1 de annuidade; logo dando 1576,18, receberei 1576,18 divididos por 15,7618, ou 100 peças.

5.

A quanto por 100 se rebatem 1800 reis, que devem ser recebidos no fim de 8 mezes, dando por elles 1700 reis?

Se 1700 reis me dão 1800 reis em 8 mezes, 1 dar-me-há o quociente de 1800 dividido por 1700, ou 1,058829: correndo agora pela transversal, que passa pelos 8 mezes, vê-se que o numero 1,058829 cahe entre 1,052646, que corresponde ao juro 8, e 1,059134, que corresponde ao juro 9: assim para concluirmos o juro mais veridico, obraremos pelo methodo seguinte.

Numeros. Differ.
1,059134 — 1,052646 — 6488
1,052646 — 1,058829 — 6183

C

if-

APPENDICE.

isto he , acharemos a diferença dos dous numeros , que comprehendem o que se busca , mais a diferença entre este e o seu proximo menor : depois dividiremos a segunda diferença pela primeira

$$61830 \quad | 6488$$

o quociente $0,95$ junto a 8 dará $8,95$, juro procurado.

T A B O A IV.

Mostrão os numeros da Taboa IV. quanto se deve receber no fim de hum certo numero de annos em lugar da annuidade 1 , que se receberia annualmente nas diversas hypotheses do juro a $2, 2\frac{1}{2}, 3, 3\frac{1}{2}, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, e 10 por 100 . Supondo pois que ou se ajuste , ou aconteça não nos pagarem a annuidade 1 no fim dos seus annos respectivos , e que por tanto só no fim de 20 annos venhamos a receber tudo , claro he que as annuidades não cobradas são outros tantos Capitaes nossos , que nos annos seguintes devem ter vencido juro , e rejuro : pela Taboa conhceremos , que nesta suposição se o juro estabelecido for o de 5 por 100 , o total importe he $33,065954$, numero que existe na columna 5 defronte dos 21 annos : assim vê-se que em certo modo he a Taboa IV. hum aggregado das Taboas II. e III.

T H E O R I C A.

He claro , pelo que fica dito , que se o contrato dura hum anno só , como neste caso não ha retardação no pagamento , deve simplesmente receber-se a annuidade 1 , qualquer que seja o juro ; influindo este sómente no quanto se deve dar ao principio do anno , para receber no fim o dito 1 .

Mas se o contrato durar dous annos , o Mutuante deverá no fim do segundo anno receber o 1 deste segundo anno , mais o 1 do primeiro anno , mais o juro deste 1 : se o contrato durar 3 annos , o Mutuante receberá o 1 do terceiro anno , mais o 1

do

APPENDICE.

do segundo com o seu juro de hum anno ; mais o 1 do primeiro com o seu juro de hum anno , juro e rejuro de outro anno : e assim por diante , de sorte que no fim do numero n de annos , supondo i o juro annual da unidade , receberá o sommatorio da serie $i, i+i, (i+i)^2, (i+i)^3, \&c., (i+i)^n - 1$; ora fendo esta serie huma progressão geometrica , onde o primeiro termo he i , $i+i$ a razão , e $(i+i)^n - 1$ o ultimo termo , o seu sommatorio , a quem chamaremos v , será $v = ((i+i)^n - 1) : i$; por tanto fazendo $i = 0,05$, e $n = 20$, teremos $v = ((21:20)^{20} - 1) \times 20 = 33,0659$, como affirma.

P R A T I C A.

Exemplo 1.

Não recebendo 10 annos a annuidade 100 peças , que se me devia pagar na hypothese do juro a 6 por 100 , quanto hei de receber no fim dos mesmos 10 annos ?

Na columna 6 defronte dos 10 annos acha-se $13,180794$, que seria o importe da annuidade 1 , conforme o theor da questão ; logo o importe da annuidade 100 deverá ser $13,180794$ multiplicado por 100 , ou $1318,0794$.

2.

Quantos annos devo deixar de receber 10000 cruzados annuaes , que aliás receberia na hypothese do juro a 5 por 100 , para no fim dos mesmos annos vir a cobrar $215785,63$ cruzados ?

Pois que a 10000 cruzados hão de corresponder $215785,63$, a 1 corresponderão $215785,63$ divididos por 10000 , ou $21,578563$; indo á columna 5 , e vendo que a este numero $21,578563$ corresponde 15 na columna dos annos , concluiremos ser 15 o numero procurado.

3.

A quanto por 100 deverei pôr a juro o Capital correspondente a 400000 reis de annuidade , para que cobrando as annuidades todas no fim de 19 annos , venha a receber $11068491,6$ reis ?

Co-

APPENDICE.

Como a 400000 reis correspondem 11068491,6 reis, a 1 corresponderá 11068491,6 divididos por 400000, ou 27,671229; correndo pois a transversal, que passa pelo numero 19 dos annos, e encontrando 27,671229 na columna denominada 4, concluiremos que 4 por 100 he quanto o dito Capital deve vencer de juro annualmente.

Que Capital devo emprestar a juro de 5 por 100, para no fim de 25 annos receber 4772,7098 moedas em lugar de 100 moedas annuaes, que alias receberia no mesmo espaço de 25 annos?

He claro que a resposta desta questão deve ser igual á da seguinte:

Qual he o Capital, que a juro de 5 por 100 nos será pago em 25 annuidades de 100 moedas cada huma?

Mas a resposta desta questão pertence á Taboa III.; resolvendo-a pois por hum modo analogo ao do Exemplo 1. dado na prática da mesma Taboa III., acharemos que o Capital procurado são 1409,39 moedas.

TABOA V.

A Taboa V. mostra os diversos valores do Capital 1 no fim de hum dado numero de annos, não maior que 100, quando no decurso delles se tem posto a vencer juro simples a razão de 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, e 6 por 100. O mecanismo desta Taboa he inteiramente analogo ao das precedentes, excepto em que a segunda metade della representa a continuaçāo da primeira. Assim querendo saber quanto por 1, que empresto agora a 5 por 100, juro simples, devo receber no fim de 24 annos; consultaremos a primeira metade da Taboa, onde se contem até 50 annos; e nella descendo pela columna denominada 5 até o lugar fronteiro ao numero 24 da columna dos Annos, acharemos 2,20, quantidade pedida.

THEO-

APPENDICE.

THEORICA.

A Theorica desta Taboa está incluida na formula $c = u(1 + ni)$, que démos em o paragrafo C da Theorica da Taboa I.: com effeito se nesta formula fazemos $u = 1$, $n = 24$, $i = 0,05$, resultará $c = 2,20$.

PRATICA.

He a Prática da Taboa V. semelhante á das Taboas I., II.: o seu uso deve ser amplo, por quanto nos Cambios e mais cálculos mercantis sempre se desconta a juro simples com o juro por fóra, segundo as Leis, que assim o determinão.

Exemplo 1.

1000 moedas a juro simples de $4\frac{1}{2}$ por 100, quanto importão no fim de 60 annos?

Na segunda metade das Taboas, descendo pela columna $4\frac{1}{2}$ até o lugar fronteiro ao numero 60 da columna dos annos, acharemos 3,700, valor de 1, segundo as condições da questão; logo multiplicando-o por 1000, numero dado de moedas, 3700 moedas será quanto no fim dos 60 annos devo receber por 1000, que empresto agora a $4\frac{1}{2}$ por 100.

Quanto devo emprestar a 4 por 100, para no fim de 12 annos receber 100 peças?

Na columna 4 defronte dos 42 annos acha-se 1,48, que mostra quanto corresponde a 1, segundo as condições da questão; logo devo dizer, se 1,48 corresponde a 1; 100 a quanto corresponderá: isto he, devo dividir o numero dado 100 pelo numero 1,48 das Taboas, e o quociente 67,5067506, &c. de peças, ou 67 peças mais $3632\frac{16}{17}$ reis, será quanto deva dar agora, para depois receber as 100 peças.

Por 1800, que hei de receber no fim de 3 annos, quanto devo dar agora, descontando, ou rebatendo a 6 por 100?

D

Na

Na columa 6 defronte do numero 3 temos 1,18 ; donde se conclue , que por 1,18 a receber no fim de 3 annos , devo agora dár 1, descontando a razão de 6 por 100 ; logo por 1800 emprestarei o quociente de 1800 por 1,18 , ou 1525²⁵₅₉ reis .

A quanto por 100 devo pôr a juro 1.000.000 reis , para que em 33 annos chegue a valer 2.400.000 reis ?

Como 1.000.000 reis corresponde a 2.400.000 reis , 1 corresponderá a 2,4 ; indo pois á transversal , que passa pelo numero 33 annos , encontraremos 2,32 na columa 4 , e 2,485 na columa 4 $\frac{1}{2}$; donde concluiremos , que o juro procurado he maior que 4 , e menor que 4 $\frac{1}{2}$.

Para determinar o juro exacto , disporemos os numeros pelo modo seguinte :

Número , que se buscava - - 2,4000000,08 }
Numeros Tabulares { menor - 2,32 } Diff.

Numeros Tabulares { maior - 2,485 } 0,165
dividindo agora a menor diferença pela maior , e multiplicando o quociente por $\frac{1}{2}$, que he o excesso dos juros Tabulares proximos ; ou o que he o mesmo , dividindo metade da menor diferença pela maior , teremos

$$0,040:0,165 = 0,2424 , \&c.$$

onde se conclue , que o juro procurado he 4 , proximo Tabular menor que achamos , mais 0,2424 &c. ou 4,2424 &c. por 100 .

Resumo de algumas idéas sobre os Cambios , e Arbitragens .

1 Ainda que não nos proponhamos dilucidar inteiramente este util e científico ramo do commercio , por quanto merece servir de objecto a hum compendio proprio , e delle havemos de tratar muito por extenso na Obra mencionada em a nossa Advertencia , todavia daremos a solução de alguns Problemas , que lhes são relativos .

2 Sejão A e B duas Praças de Commercio ; se de A partir

al-

algum , que leve consigo algum dinheiro , do qual se deva servir no lugar B , claro he que se em A lhe offerecerem huma carta , por cujo meio venha a receber o seu dinheiro em B , onde lhe ha de ser preciso , com menor despeza do que a equivalente á transportação directa do mesmo dinheiro e seu correspondente risco , o viajante não poderá deixar de annuir a hum contrato semelhante .

3 Este contrato he tambem vantajoso a A , quando as suas relações com B lhe facilitão mais o dito transporte ; ainda mais quando B lhe deve , porque então cobra assim parte da sua dívida , ou toda ella , sem correr trabalho nem risco , mas escrevendo simplesmente ao seu devedor B , que dê ao portador o importe conteúdo no escrito ; importe que affirma ter recebido delle ; e neste caso pôde até lucrar o viajante , recebendo na outra Praça huma porção maior , com tanto que o excesso seja relativamente menor do que a despeza do transporte , o seu risco , e o juro correspondente á demora provavel do pagamento de B : pelo contrario , quando B for créedor a A , porque em tal caso o viajante deve perder parte do seu Capital , visto aumentar-se a dívida relativa das duas Praças em virtude da carta , ou letra de cambio que leva , e ser este aumento contrario ao interesse de ambas as Praças , absolutamente fallando : com tudo sem dificuldade se comprehende , que nunca esta perda pôde ser maior que a despeza e risco do transporte effectivo , pois aliás o viajante preferiria esta despeza , e o cambio não teria lugar : taes são as bases fundamentaes dos cálculos dos Cambios .

4 O Cambio offerece hum meio ainda mais vantajoso de pagar as dívidas no commercio , quando por exemplo na Praça A existem negociantes a devedores a negociantes b da Praça B , e outros negociantes a' crédores a outros negociantes b' da mesma Praça B ; por quanto supondo d a dívida de a , d' a de b' , e d > d' , a primeira Praça ficará devendo á segunda a quantidade d - d' , logo que os devedores b' da primeira se constituão

devedores aos negociantes b da sua mesma Praça, que são credores de A ; o que se pôde conseguir com extrema facilidade, cobrando os negociantes a' da primeira Praça a quantidade d' dos devedores a , e passando letras desta cobrança aos seus devedores b' , para que paguem aos credores b outra igual quantia d' , que a não ser assim lhe deverião remetter em direitura.

5 Vê-se pois que o Cambio consiste realmente na troca dos devedores e credores; que o premio levado pelos Cambistas deve fundar-se sobre o juro ordinario do dinheiro, o estado relativo das duas Praças, a demora, despeza, e risco do transporte, que aliás devêra effeituar-se de huma para outra Praça.

6 Deve mais fundar-se o premio, preço, ou curso do Cambio no valor intrínseco relativo das moedas, em que se recebe o dinheiro, e daquellas, com que se ha de pagar: e por tanto he tambem preciso conhecer exactamente este valor intrínseco, para se dar ao justo huma porção de ouro por outra igual porção de ouro, &c.: este valor relativo se chama *Par do Cambio*.

7 Taes são as bases geraes, onde deve fundamentar-se o cálculo dos Cambios; digo bases geraes, por quanto deve entrar tambem em conta o mais provavel estado futuro das Praças, os preços da commissão, corretagem, &c.

8 O Cambio se diz simples, quando são duas as Praças que cambião; sendo mais, chama-se composto; e neste denominão *Arbitrage* a determinação das Praças intermedias, por onde mais vantajosamente podem passar as letras, para que na ultima vão produzir o maior lucro possível.

9 As operações do Cambio simples são por extremo faceis: conhecido por exemplo o Cambio corrente entre as Praças A e B, ou tambem determinado pelos principios do numero 5 o premio do Cambio, facilmente se deduz quanto por 100 se deve ganhar ou perder; e então a Taboa V. pôde-nos fazer conhecer quanto, segundo as condições, deveremos receber na Praça B pelo Capital dado em A: os exemplos seguintes nos conduzirão ao desempenho de alguns cálculos dos Cambios simples e compostos.

Exem-

(1) : somar, somando sob o obnoxio
Exemplo 1.

Supondo que em Londres me dão a de dinheiros esterlinos por b de reis Portuguezes; quero dizer, supondo que o Cambio de Lisboa para Londres corre a a de dinheiros esterlinos por b de reis Portuguezes; que o inverso ou o de Londres sobre Lisboa he a' por b' ; que a commissão em Londres seja de c por 100; e a corretagem a' por 100 em Londres, e a'' em Lisboa: quanto por huma letra l , que remetter a Londres, venho a receber em Lisboa?

Pois que b_1 em Lisboa corresponde a a_2 dinheiros esterlinos em Londres; que a'_1 em Londres corresponde a b'_2 em Lisboa; que pela commissão $100 + c_1$ corresponde a 100_2 ; e que pela corretagem em Londres $100 + c'_1$ corresponde a 100_2 , deveremos, para ter o equivalente de l , multiplicar l por todas as quantidades marcadas $_2$, e dividir o resultado pelo producto das quantidades marcadas $_1$, o que dará $l \cdot a \cdot b \cdot 100 \cdot 100 : b \cdot a' \cdot (100 + c) \cdot (100 + c') = al : a' \cdot 1, 0c \cdot 1, 0c'$; onde abatendo a commissão em Lisboa, o mesmo que multiplicar por 100 e dividir por $100 + c''$, ou multiplicar por $1, 0c''$, teremos o resultado pedido igual a $al : a' \cdot 1, 0c \cdot 1, 0c' \cdot 1, 0c''$; formula geral, que dará a solução de todas as questões homogeneas.

Se além do pedido no enunciado da questão, tambem se exigisse quanto por cento se ganhava ou perdia no contrato, diríamos $1 : 100 :: (al : a' \cdot 1, 0c \cdot 1, 0c' \cdot 1, 0c'') : x$, donde se tiraria $x = 100 a : a' \cdot 1, 0c \cdot 1, 0c' \cdot 1, 0c''$, e logo a diferença entre x e 100, mostraria o ganho ou perda que se requer.

Applicando a formula $al : a' \cdot 1, 0c \cdot 1, 0c' \cdot 1, 0c''$ ao primeiro exemplo incluido na lição 17 da Noticia geral do Commercio, que se ensina actualmente nas Aulas do mesmo nome, veremos que $l = 100000$ reis, $a = 67,5$, $a' = 66,25$, $c = 0,5$, $c' = c'' = 0,125$, e logo a quantia, que o Negociante ha de receber pela sua letra, á qual chamaremos $y = 6750000 : 66,25 \times 1,005 \times (1,00125)^2$.

E vimos que a comissão Fa-

Fazendo uso dos logarithmos, teremos: (1)

$$\text{Log. } 66,25 = 1,8211859$$

$$\text{Log. } 1,005 = 0,0021661$$

$$\text{Log. } 1,00125 = 0,0010850$$

$$\text{Somma} = 1,8244370$$

$$\text{Log. } 6750000 = 6,8293038$$

$$\text{Diferença} = 5,0048668$$

He o log. de 101127, quantia procurada.

(1) A propósito desta applicação, que fazemos dos logarithmos aos Cambios, diremos duas palavras sobre humas Taboas impressas em Hamburgo, de grande estima no Commercio, por facilitarem muito, e com assás certeza os cálculos mercantis relativos a descontos, cambios, reduções de moedas, &c.

Estas Taboas nada mais contém do que os logarithmos applicados por hum modo semelhante ao mencionado agora; mas para melhor occultar o mecanismo delas, o seu Author, em lugar dos logarithmos directos, empregou as diferenças entre elles e certos logarithmos constantes, quadruplicou todas estas diferenças, reputou os quadruplos como números inteiros, e a todos cortou as quatro ultimas letras: assim por exemplo na Taboa 34, pag. 46, relativa aos Cambios de Lisboa para Londres, querendo achar o numero 887, que corresponde a 67 na primeira columna vertical e $\frac{1}{2}$ na primeira transversal, e que por isto se diz corresponder a $67\frac{1}{2}$, veremos que na mesma Taboa tem „ Pari 112 $\frac{1}{2}$ „ buscando pois o log. $112,5 = 2,0511525$

$$\text{o log. } 67,5 = 1,8293038$$

achando a sua diferença $- = 0,2218487$ quadruplicando-a $- - - - 0,8873948$ cortando-lhe em fim as quatro ultimas letras; e não fazendo caso da virgula, temos os mencionados 887.

Semelhantemente na Taboa 1, pag. 1, dos por cento, querendo saber como, por exemplo, se deve achar o numero 265, que corresponde a $16\frac{1}{2}$; notaremos, que nos cálculos deste genero sempre se faz huma proporção, na qual hum termo de huma das razões he 100 mais o quantos por cento ($116\frac{1}{2}$ em o nosso caso); e o outro he o mesmo 100: buscando pois o log. $116,5$, teremos $2,0663259$; diminuindo-lhe o log. 100, resta o $0,0663259$; quadruplicando, vem $0,2653036$; cortando as quatro ultimas letras, e não fazendo caso da virgula, sahe 265, como se queria.

Tal he o mecanismo destas Taboas, que ainda correm com tanto mysterio; por isto o desenvolvemos já, pondo assim os curiosos em estado de as perceberem perfeitamente; e de poderem por consequencia não só fazer delas o conveniente uso, mas tambem dar lhes a sua verdadeira estima: em a nossa Obra, affima referida, voltaremos a este ponto, e o trataremos com maior miudeza.

Exemplo 2.

Sejão M, N, O tres Praças; supponhamos que pela quantia a da Praça M dão a' em N, e a'' em O; e que por b de O dão b' em N. Sobre qual das Praças N, O deve o Negociante de M sacar huma letra l , para que remetta á outra a menor quantia possível, com a qual vá encontrar o embolso do saque?

Fazendo por agora abstracção das commissões, e corretagens, que ao depois se podem applicar com maior facilidade, supparemos que a letra seja tirada sobre O, e que x represente a quantia remettida a N.

Como por a de M dão a'' em O, por l darão $a''l:a$; mas por b de O dão b' em N, logo por $a''l:a$ darão $a''b'l:ab$; ora o x , que remetto a N, deve ir equivaler a esta quantia, mas a de A vale a' em N, e por consequencia x em A vale $a'x:a$ em N, logo deve ser $a'x:a = a''b'l:ab$, ou $x = a''b'l:a'b$.

Seja agora o saque feito sobre a Praça N, e y a somma remettida a O: teremos que a de A vale a' em N, e logo l valerá $a'l:a$; semelhantemente y remettido a O deve lá valer $a''y:a$; mas $a'l:a$ tem de valor em O $a'bl:ab'$, logo $a''y:a = a'bl:ab'$, ou $y = a'bl:a'b$.

Resta pois ver quando $x <, =, > y$; x será $< y$, quando $a''b'l:a'b < a'bl:a'b'$, ou quando $a''b' < a'b$; será igual quando $a''b' = a'b$; e maior quando $a''b' > a'b$. Logo dispostas as quantidades conhecidas pelo modo seguinte:

M	N	O
a	a'	a''

M	N	O
b	b'	b

e multiplicando a'' por b' , e a' por b , sacaremos sobre O quando $a''b' < a'b$; aliás sacaremos sobre N.

Se na postilla, de que fizemos menção, tomamos o primeiro exemplo do segundo caso, teremos que M, N, O representão Lisboa, Amsterdão, París, que $a:a'::400$ reis: 47 dinheiros gros.; que $a:a''::462$ reis: 1 Esc. e logo $::400$ reis:

(400:

(400:462) Esc.; e que $b:b':1$ Escudo : $53\frac{1}{4}$ dinh. gros. Será
pois

Lisboa, Amsterdão, París
400 reis. mo 47 dinh. gros. (400:462) Esc.
 $53\frac{1}{4}$ dinh. g. 1 Escudo.
multiplicando agora 400:462 por $53\frac{1}{4}$, resultará $46\frac{24}{231} < 47 \times 1$,

logo he mais vantajoso sacar sobre París.

Nestas circunstancias facilmente determinaremos o lucro
do saque; pois que, sendo como vimos, $x = a'b'l:a'b$, tere-
mos $x = (400:462) \times 53\frac{1}{4} \times 4000000$ reis : $47 \times 1 = 40000000$
 $\times 213 : 47 \times 462 = 8520000000 : 47 \times 462$; temos pois

$$\text{Log. } 47 = 1,6720979$$

$$\text{Log. } 462 = 2,6646420$$

$$\text{Somma} = 4,3367399$$

$$\text{Log. } 8520000000 = 10,9304396$$

$$\text{Diferença} = 6,5936997$$

He o log. de 3923735 reis, quantia procurada.

Agora com facilidade descontariamos as commissões, e cor-
retagens, e por isso não nos demoramos mais com este assumpto.

Segundo o fio das idéas enunciadas, poderemos tambem
determinar com igual facilidade tudo o mais que diz respeito
aos Cambios e Arbitrages: nós mesmos trataremos, por assim
dizer, de exaurir esta importante materia, quando fallarmos
della em a Segunda Parte do nosso Primeiro Compendio; con-
tentando-nos por agora com a exposição do que fica dito.

T A B O A U L T I M A.

Da Taboa ultima já fallámos no principio do Appendice;
della nos serviremos para confrontar as suas series com as ho-
mogeneas incluidas nas outras Taboas da Obra precedente;
tendo assim mais factos, que comprovem a Theorica e Prática
do cálculo das Probabilidades da vida humana.

F I M.

I N-

INDICE

DO CONTEUDO NA PRESENTE OBRA.

P A R T E I.

- CAP. I. **D**a utilidade do cálculo das Pensões Vitalicias; e das
Taboas, que dellas se tem publicado até o pre-
sente. - - - - - Pag. 1.
CAP. II. Das diferentes series Necrologicas, e seu uso no cálculo
das Pensões Vitalicias. - - - - - 8.
CAP. III. Descrição e uso das Taboas de Pensões Vitalicias. 24.

P A R T E II.

Onde se contém a Theorica das Pensões Vitalicias.

- CAP. I. **N**oções Preliminares. - - - - - 1.
CAP. II. Das Pensões Vitalicias postas em huma só vida. - - 10.
CAP. III. Das Pensões Vitalicias sobre duas vidas. - - - 20.
CAP. IV. Das Pensões Vitalicias postas em tres vidas. - - 28.
CAP. V. Das Pensões Vitalicias sobre hum grande numero de vi-
das, ou das Toninas. - - - - - 35.
CAP. VI. Onde se mostra quanto se deve tirar annualmente ás Pen-
sões Vitalicias, para que paguem o que lhes pertence
dos Impostos Regios. - - - - - 39.

APPENDICE

Sobre os Juros, descontos, rebates, annuidades, e Cambios.

- D**escrição, e uso da Taboa I., relativa aos Juros compostos; e
aos descontos e rebates, que nelles se fundão. - - - 1.
F Def-

<i>Descripção e uso da Taboa II., relativa aos mesmos fins da precedente.</i>	6.
<i>Descripção e uso da Taboa III., relativa ás annuidades simples.</i>	7.
<i>Descripção e uso da Taboa IV., inversa da precedente.</i>	10.
<i>Descripção e uso da Taboa V., que tem por objecto os Problemas relativos a Juros simples.</i>	12.
<i>Pequena digressão sobre os Cambios.</i>	14.
<i>Descripção e uso da Taboa ultima, que contém as series Necrologicas de Nortampton, e de M. Halley.</i>	20.

F I M

P A R T E II

O que se contiene a II parte das Taboas Anexas

CAP. I. Taboa de annuidades simples.	1.
CAP. II. Taboa de annuidades simples, quando o juro é menor do que o capital.	2.
CAP. III. Taboa de annuidades simples, quando o juro é maior do que o capital.	3.
CAP. IV. Taboa de annuidades simples, quando o juro é igual ao capital.	4.
CAP. V. Taboa de annuidades simples, quando o juro é menor do que o capital, e o tempo de annuitate é menor do que o tempo de capital.	5.
CAP. VI. Taboa de annuidades simples, quando o juro é menor do que o capital, e o tempo de annuitate é maior do que o tempo de capital.	6.
CAP. VII. Taboa de annuidades simples, quando o juro é maior do que o capital, e o tempo de annuitate é menor do que o tempo de capital.	7.
CAP. VIII. Taboa de annuidades simples, quando o juro é maior do que o capital, e o tempo de annuitate é maior do que o tempo de capital.	8.

APPENDIX

O que se contiene a APPENDIX

O que se contiene a APPENDIX

O que se contiene a APPENDIX

TABOA I.

Pensões Vitalicias sobre huma vida, correspondentes a 100. libras de capital, e ás diversas idades dos Capitalistas; calculadas em consequencia da serie Necrologica inclusa.

Serie Necrologica, por M. KERSEBOOM.

Anos de idade.		Vivos.			Vida media.			Anos de idade.		Vivos.			Vida media.			Anos de idade.		Pensões.			Anos de idade.		Pensões.			Anos de idade.		Pensões.																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
	Mortos.	1400	34	6	33	10	675	29	3	66	14	301	11	1	675	28	10	67	14	287	10	7	68	14	273	10	1	69	14	259	9	7	70	14	245	9	2	71	14	231	8	8	72	14	217	8	2	73	14	203	7	9	74	14	189	7	3	75	15	175	6	10	76	15	160	6	5	77	15	145	6	0	78	15	130	5	8	79	15	115	5	4	80	13	100	5	0	81	12	87	4	9	82	11	75	4	5	83	9	64	4	1	84	19	507	19	5	85	9	45	3	4	86	10	84	10	55	3	8	87	7	28	2	10	88	9	21	2	7	89	5	15	2	5	90	3	10	2	2	91	2	7	2	0	92	2	5	1	9	93	1	3	1	6	94	1	2	1	0	95	1	1	0	6	96	0	0	0	6	61	10	49	9	8	62	11	50	9	0	63	11	55	9	17	64	12	56	10	2	65	13	57	9	4	66	14	58	11	6	67	15	59	9	11	68	16	60	13	5	69	17	61	12	1	70	15	62	12	8	71	16	63	12	4	72	17	64	13	8	73	17	65	13	16	74	18	66	13	16	75	19	67	14	4	76	20	68	13	17	77	21	69	14	7	78	22	70	14	18	79	23	71	15	4	80	24	72	16	5	81	25	73	17	1	82	26	74	17	18	83	27	75	18	18	84	28	76	19	18	85	29	77	20	19	86	30	78	21	20	87	31	79	22	21	88	32	80	23	22	89	33	81	24	23	90	34	82	25	24	91	35	83	26	25	92	36	84	27	26	93	37	85	28	27	94	38	86	29	28	95	39	87	30	29	96	40	88	31	28	97
0	275	1400	34	6	33	10	675	29	3	66	14	301	11	1	675	28	10	67	14	287	10	7	68	14	273	10	1	69	14	259	9	7	70	14	245	9	2	71	14	231	8	8	72	14	217	8	2	73	14	203	7	9	74	14	189	7	3	75	15	175	6	10	76	15	160	6	5	77	15	145	6	0	78	15	130	5	8	79	15	115	5	4	80	13	100	5	0	81	12	87	4	9	82	11	75	4	5	83	9	64	4	1	84	19	507	19	5	85	9	45	3	4	86	10	84	10	55	3	8	87	7	28	2	10	88	9	21	2	7	89	5	15	2	5	90	3	10	2	2	91	2	7	2	0	92	2	5	1	9	93	1	3	1	6	94	1	2	1	0	95	1	1	0	6	96	0	0	0	6	61	10	49	9	8	62	11	50	9	0	63	11	55	9	17	64	12	56	10	2	65	13	57	9	4	66	14	58	11	6	67	15	59	9	11	68	16	60	13	5	69	17	61	12	1	70	15	62	12	8	71	16	63	12	4	72	17	64	13	8	73	17	65	13	16	74	18	66	13	16	75	19	67	14	4	76	20	68	13	17	77	21	69	14	7	78	22	70	14	18	79	23	71	15	4	80	24	72	16	5	81	25	73	17	1	82	26	74	17	18	83	27	75	18	18	84	28	76	19	18	85	29	77	20	19	86	30	78	21	20	87	31	79	22	21	88	32	80	23	22	89	33	81</																																						

T A B O A II.

Pensões Vitalicias sobre duas pessoas da mesma Idade, correspondentes a um Capital de 100. libras, segundo as diferentes idades.

Supondo o juro a 5. por 100.

<i>Idades, annos.</i>	<i>Pensões.</i>	<i>Idades, annos.</i>	<i>Pensões.</i>
lb.	f.	lb.	f.
0 6	4 8	41 6	11 1
1 5	13 8	42 6	12 5
2 5	12 6	43 6	13 11
3 5	11 6	44 6	15 5
4 5	10 10	45 6	17 1
5 5	10 6	46 6	18 9
6 5	10 6	47 7	0 6
7 5	10 6	48 7	2 4
8 5	10 7	49 7	4 2
9 5	10 10	50 7	6 2
10 5	11 2	51 7	8 2
11 5	11 6	52 7	10 3
12 5	11 10	53 7	12 7
13 5	12 3	54 7	15 8
14 5	12 8	55 7	17 0
15 5	13 2	56 8	3 5
16 5	13 8	57 8	6 5
17 5	14 2	58 8	9 9
18 5	14 8	59 8	9 9
19 5	15 2	60 8	13 5
20 5	15 7	61 8	17 3
21 5	16 2	62 9	1 5
22 5	16 9	63 9	5 11
23 5	17 4	64 9	10 1
24 5	17 11	65 9	15 8
25 5	18 5	66 10	1 2
26 5	18 11	67 10	7 1
27 5	19 5	68 10	13 7
28 5	19 11	69 11	0 9
29 6	0 5	70 11	8 7
30 6	1 0	71 11	17 4
31 6	1 8	72 12	6 9
32 6	2 3	73 12	17 4
33 6	2 11	74 13	1 8
34 6	3 9	75 14	1 8
35 6	4 8	76 14	14 8
36 6	5 7	77 15	8 10
37 6	6 6	78 16	3 10
38 6	7 7	79 16	19 5
39 6	8 8	80 17	15 2
40 6	9 9		

Supondo o juro a 6. por 100.

<i>Idades, annos.</i>	<i>Pensões.</i>	<i>Idades, annos.</i>	<i>Pensões.</i>
lb.	f.	lb.	f.
0 7	4 8	41 7	7 4
1 6	12 5	42 7	7 8
2 6	11 1	43 7	7 10
3 6	10 0	44 7	7 11
4 6	9 3	45 7	7 13
5 6	8 9	46 7	7 14
6 6	8 9	47 7	7 16
7 6	8 8	48 7	7 18
8 6	8 8	49 8	7 19
9 6	8 11	50 8	8 1
10 6	9 2	51 8	8 3
11 6	9 6	52 8	8 5
12 6	9 10	53 8	8 8
13 6	10 2	54 8	8 10
14 6	10 7	55 8	8 13
15 6	11 0	56 8	8 15
16 6	11 5	57 8	9 18
17 6	11 11	58 9	9 28
18 6	12 4	59 9	9 48
19 6	12 10	60 9	9 95
20 6	13 3	61 9	9 123
21 6	13 9	62 10	10 165
22 6	14 3	63 10	10 55
23 6	14 10	64 10	10 5
24 6	15 4	65 10	10 5
25 6	15 10	66 11	11 1
26 6	16 3	67 11	11 8
27 6	16 8	68 11	11 5
28 6	17 1	69 12	12 3
29 6	17 7	70 12	12 11
30 6	18 8	71 12	11 11
31 6	18 19	72 12	12 1
32 6	19 9	73 12	12 9
33 6	19 0	74 13	1 6
34 6	19 7	75 14	1 4
35 6	19 14	76 14	2 2
36 6	19 7	77 15	3 1
37 6	19 7	78 15	4 0
38 6	19 7	79 15	5 1
39 6	19 7	80 17	6 1
40 6	19 7		

T A B O A III.

Pensões Vitalícias correspondentes a 100. libras de Capital, sobre duas pessoas de diversas idades; calculadas para todas as idades multiplices de cinco annos.

Supondo o juro a 5. por 100.

Idades das 2. pess.				Pensões.				Idades das 2. pess.				Pensões.				Idades das 2. pess.				Pensões.				Idades das 2. pess.				Pensões.							
an.	an.	lb.	f.	d.	an.	an.	lb.	f.	d.	an.	an.	lb.	f.	d.	an.	an.	lb.	f.	d.	an.	an.	lb.	f.	d.	an.	an.	lb.	f.	d.						
0	5	5	14	10	10	50	6	0	4	25	50	6	7	8	45	50	7	1	2	0	5	6	3	9	10	50	6	18	9	25	50	7	5	6	
0	10	5	14	10	10	55	6	1	8	25	55	6	9	9	45	55	7	5	5	0	10	6	13	9	10	55	7	0	2	25	55	7	7	8	
0	15	5	16	1	10	60	6	2	11	25	60	6	11	10	45	60	7	9	7	0	15	6	15	2	10	60	7	1	6	25	60	7	9	10	
0	20	5	17	8	10	65	6	4	1	25	65	6	13	11	45	65	7	13	5	20	6	16	11	10	65	7	2	8	25	65	7	12	0		
0	25	5	19	7	10	70	6	5	2	25	70	6	15	11	45	70	7	17	1	25	6	19	1	10	70	7	3	9	25	70	7	14	1		
0	30	6	1	0	10	75	6	5	11	25	75	6	17	7	45	75	8	0	8	30	7	0	8	10	75	7	4	6	25	75	7	15	10		
0	35	6	2	9	10	80	6	6	8	25	80	6	18	11	45	80	8	3	3	35	7	2	7	10	80	7	5	3	25	80	7	17	3		
0	40	6	5	1															40	7	5	2						45	80	9	0	4			
0	45	6	8	0															45	7	8	5						50	55	8	7	3			
0	50	6	11	7	15	20	5	14	4	30	35	6	13	0	50	55	7	11	4	50	7	12	5	15	20	6	12	2	30	35	7	0	2		
0	55	6	15	3	15	25	5	15	7	30	40	6	5	2	50	60	7	16	9	55	7	16	6	15	25	6	13	6	30	40	7	2	5		
0	60	6	18	11	15	30	5	16	8	30	45	6	7	6	50	65	8	2	1	60	8	0	7	15	30	6	14	7	30	45	7	4	10		
0	65	7	3	3	15	35	5	18	0	30	50	6	9	11	50	70	8	7	4	65	8	5	5	15	35	6	16	0	30	50	7	7	5		
0	70	7	7	9	15	40	5	19	4	30	55	6	12	4	50	75	8	11	11	70	8	10	5	15	40	6	17	4	30	55	7	10	0		
0	75	7	12	4	15	45	6	0	11	30	60	6	14	6	50	80	8	15	0	75	8	15	6	15	45	6	19	0	30	60	7	12	3		
0	80	7	16	7	15	50	6	2	6	30	65	6	16	7	15	55	6	18	7	15	60	9	0	3	15	55	7	2	4	30	70	7	16	6	
5	10	5	11	1	15	65	6	7	0	30	80	7	1	6	55	65	8	11	8	10	10	6	9	4	15	65	7	5	4	30	80	7	19	7	
5	15	3	12	0	15	70	6	8	3						55	70	8	18	6	15	15	6	10	3	15	70	7	6	7	30	80	7	19	7	
5	20	5	13	0	15	75	6	9	4						55	75	9	4	9	20	6	11	3	15	75	7	7	8	55	75	10	1	2		
5	25	5	14	1	15	80	6	10	0	35	40	6	7	5	55	80	9	9	4	25	6	12	5	15	80	7	8	4	35	40	7	4	3		
5	30	5	14	10						35	45	6	10	1						30	6	13	2						35	45	7	7	0		
5	35	5	15	11						35	50	6	12	9						35	6	14	4						35	50	7	9	9		
5	40	5	17	2	20	25	5	16	11	35	55	6	15	5	60	65	9	2	10	40	6	15	8	20	25	6	14	8	35	55	7	12	6		
5	45	5	18	8	20	30	5	18	1	35	60	6	17	11	60	70	9	12	5	45	6	17	3	20	30	6	15	10	35	60	7	15	1		
5	50	6	0	1	20	35	5	19	6	35	65	7	0	5	60	75	10	3	1	50	6	18	9	20	35	6	17	4	35	65	7	17	8		
5	55	6	1	4	20	40	6	1	2	35	70	7	2	7	60	80	10	7	8	55	7	0	1	20	40	6	19	1	35	70	7	19	11		
5	60	6	2	8	20	45	6	2	11	35	75	7	4	7						60	7	1	6	20	45	7	0	11	35	75	8	2	0		
5	65	6	4	0	20	50	6	5	0	35	80	7	5	11	65	70	10	9	1	65	7	2	11	20	50	7	3	1	35	80	8	3	5		
5	70	6	5	2	20	55	6	6	10	35	75	7	11	2	65	75	11	2	5	70	7	4	2	20	55	7	5	0			65	70	11	4	3
5	75	6	6	3	20	60	6	8	8						65	80	11	12	4	75	7	5	4	20	60	7	6	11	65	75	11	18	0		

T A B O A IV.

Das Pensões annuaes Vitalicias, correspondentes a hum Capital de 100. libras, posto sobre tres vidas de igual idade, para todas as idades.

Suppondo o juro a 5. por 100.

Idades das tres vidas.

Pensões.

annos.

lb.

f.

d.

41

6

3

2

42

6

4

4

43

6

5

5

44

6

6

8

0

45

6

8

5

46

6

4

9

47

6

6

11

0

48

7

8

1

49

7

9

72

11

2

73

12

0

74

12

3

75

13

2

76

12

11

77

14

4

78

14

2

79

15

10

6

4

40

6

2

2

Suppondo o juro a 6. por 100.

Idades das tres vidas.

Pensões.

annos.

lb.

f.

d.

41

6

19

7

78

1

42

7

2

10

43

7

44

7

45

7

46

7

68

8

7

47

7

48

7

49

7

50

7

51

7

52

7

53

7

54

7

55

8

56

8

5

57

8

7

58

8

7

59

8

10

3

60

8

13

5

61

8

16

5

62

8

19

10

6

63

9

3

64

9

7

65

9

11

8

66

9

16

2

67

10

1

68

10

2

69

10

12

6

70

10

19

0

71

11

6

72

11

13

11

73

12

2

74

12

0

75

TABOAV.

Pensões Vitalicias correspondentes a hum Capital de 100. libras posto em tres vidas, duas das quaes são da mesma idade; attendendo ás diferentes idades contadas de 5. em 5. annos.

Supondo o juro a 5. por 100.

Idades das 3. vidas.			Pensões.			Idad. das 3. vidas.			Pensões.			Idad. das 3. vidas.			Pensões.			Idad. das 3. vidas.			Pensões.			Idad. das 3. vidas.			Pensões.			
annos.	an.	an.	lb.	s.	d.	annos.	an.	an.	lb.	s.	d.	annos.	an.	an.	lb.	s.	d.	annos.	an.	an.	lb.	s.	d.	annos.	an.	an.	lb.	s.	d.	
0	0	5	5	9	8	15	15	0	5	9	9	30	30	0	5	15	3	45	45	0	6	3	0	60	60	0	6	15	2	
0	0	10	5	9	8	15	15	5	5	8	3	30	30	5	5	11	9	45	45	5	5	16	5	60	60	5	6	1	3	
0	0	15	5	10	0	15	15	10	5	8	3	30	30	10	5	12	2	45	45	10	5	16	9	60	60	10	6	1	9	
0	0	20	5	10	5	15	15	15	5	8	6	30	30	15	5	12	11	45	45	15	5	18	3	60	60	20	6	4	2	
0	0	25	5	10	11	15	15	20	5	8	10	30	30	20	5	13	7	45	45	20	5	19	6	60	60	20	6	6	10	
0	0	30	5	11	4	15	15	25	5	9	2	30	30	25	5	14	3	45	45	25	6	1	4	60	60	25	6	6	16	
0	0	35	5	11	10	15	15	30	5	9	5	30	30	30	5	14	10	45	45	30	6	3	0	60	60	30	6	11	11	
0	0	40	5	12	6	15	15	35	5	9	9	30	30	35	5	15	4	45	45	35	6	4	10	60	60	35	6	14	11	
0	0	45	5	13	4	15	15	40	5	10	1	30	30	40	5	15	11	45	45	40	6	6	7	60	60	40	7	3	9	
0	0	50	5	14	4	15	15	45	5	10	6	30	30	45	5	16	6	45	45	45	6	8	0	60	60	45	7	18	10	
0	0	55	5	15	4	15	15	50	5	10	11	30	30	50	5	17	2	45	45	50	6	9	3	60	60	50	7	8	9	
0	0	60	5	16	4	15	15	55	5	11	4	30	30	55	5	17	10	45	45	55	6	10	7	60	60	55	7	14	4	
0	0	65	5	17	6	15	15	60	5	11	9	30	30	60	5	18	5	45	45	60	6	11	10	60	60	60	9	17	9	
0	0	70	5	18	9	15	15	65	5	12	1	30	30	65	5	19	0	45	45	65	6	13	0	60	60	65	10	12	10	
0	0	75	6	0	0	15	15	70	5	12	5	30	30	70	5	19	6	45	45	70	6	14	1	60	60	70	11	11	11	
0	0	80	6	1	2	15	15	75	5	12	8	30	30	75	6	0	0	45	45	75	6	15	2	60	60	75	12	8	1	
			15	15	80	5	12	10	30	30	80	6	0	4	45	45	80	6	16	0	60	60	80	8	9	7				
																									75	75	80	12	17	0
5	5	0	5	8	4	20	20	0	5	11	6	35	35	0	5	17	2	50	50	0	6	7	0	65	65	0	7	0	80	
5	5	5	5	6	4	20	20	5	5	9	6	35	35	5	5	13	1	50	50	5	5	18	1	65	65	5	6	2	80	
5	5	10	5	6	6	20	20	10	5	9	7	35	35	10	5	13	7	50	50	10	5	18	6	65	65	10	6	3	80	
5	5	15	5	6	9	20	20	15	5	10	0	35	35	15	5	14	6	50	50	15	6	0	3	65	65	15	6	5	80	
5	5	20	5	7	0	20	20	20	5	10	4	35	35	20	5	15	5	50	50	20	6	2	2	65	65	20	6	9	1	
5	5	25	5	7	3	20	20	25	5	10	8	35	35	25	5	16	3	50	50	25	6	4	2	65	65	25	6	12	1	
5	5	30	5	7	5	20	20	30	5	11	0	35	35	30	5	17	1	50	50	30	6	6	1	65	65	30	6	14	7	
5	5	35	5	7	8	20	20	35	5	11	4	35	35	35	5	17	11	50	50	35	6	8	3	65	65	35	6	18	3	
5	5	40	5	7	11	20	20	40	5	11	9	35	35	40	5	18	8	50	50	40	6	11	1	65	65	40	7	3	80	
5	5	45	5	8	3	20	20	45	5	12	2	35	35	45	5	19	5	50	50	45	6	13	4	65	65	45	7	9	2	
5	5	50	5	8	7	20	20	50	5	12	8	35	35	50	6	0	2	50	50	50	6	15	7	65	65	50	8	13	3	
5	5	55	5	8	10	20	20	55	5	13	2	35	35	55	6	0	11	50	50	55	6	17	2	65	65	55	8	3	80	
5	5	60	5	9	2	20	20	60	5	13	8	35	35	60	6	1	8	50	50	60	6	18	10	65	65	60	10	3	10	
5	5	65	5	9	6	20	20	65	5	14	2	35	35	65	6	2	5	50	50	65	7	0	6	65	65	65	11	6	0	
5	5	70	5	9	9	20	20	70	5	14	7	35	35	70	6	3	0	50	50	70	7	2	1	65						

TABOA V. N.^o 2.

Pensões Vitalícias para hum Capital de 100. libras posto sobre tres pessoas, das quaes sómente duas tem a mesma idade; conforme as diversas idades contadas de cinco em cinco annos.

Suppondo o juro a 6. por 100.

Suppondo o juro a 6. por 100.				Suppondo o juro a 6. por 100.				Suppondo o juro a 6. por 100.				Suppondo o juro a 6. por 100.				Suppondo o juro a 6. por 100.				Suppondo o juro a 6. por 100.				Suppondo o juro a 6. por 100.																																																																																																																																																																																			
Idades das 3. pess. annos. an. an.				Pensões. lb. f. d.				Idades das 3. pess. annos. an. an.				Pensões. lb. f. d.				Idades das 3. pess. annos. an. an.				Pensões. lb. f. d.				Idades das 3. pess. annos. an. an.				Pensões. lb. f. d.																																																																																																																																																																															
0 0 5	6 8 4	15 15 0	6 8 5	30 30 0	6 14 6	45 45 0	7 3 0	60 60 0	7 16 5	75 75 0	8 13 1	0 0 10	6 8 4	15 15 5	6 6 6	30 30 5	6 10 2	45 45 5	6 15 0	60 60 5	7 0 1	75 75 5	7 4 9	0 0 15	6 8 8	15 15 10	6 6 5	30 30 10	6 10 5	45 45 10	6 15 0	60 60 10	7 0 3	75 75 10	7 4 1	0 0 20	6 9 1	15 15 15	6 6 6	30 30 15	6 10 10	45 45 15	6 16 2	60 60 15	7 2 6	75 75 15	7 7 3	0 0 25	6 9 8	15 15 20	6 6 10	30 30 20	6 11 3	45 45 20	6 17 5	60 60 20	7 5 0	75 75 20	7 10 11	0 0 30	6 10 1	15 15 25	6 7 2	30 30 25	6 11 7	45 45 25	6 18 9	60 60 25	7 7 6	75 75 25	7 14 11	0 0 35	6 10 8	15 15 30	6 7 5	30 30 6	11 11	45 45 30	7 0 1	60 60 30	7 9 1	75 75 30	7 17 3	0 0 40	6 11 5	15 15 35	6 7 9	30 30 35	6 12 5	45 45 35	7 1 5	60 60 35	7 12 0	75 75 40	8 7 1	0 0 45	6 12 4	15 15 40	6 8 1	30 30 40	6 13 0	45 45 40	7 2 9	60 60 45	8 0 11	75 75 45	8 15 11	0 0 50	6 13 5	15 15 45	6 8 5	30 30 45	6 13 7	45 45 45	7 4 1	60 60 50	8 5 6	75 75 50	9 6 0	0 0 55	6 14 6	15 15 50	6 8 10	30 30 50	6 14 3	45 45 50	7 5 4	60 60 55	8 9 10	75 75 55	9 17 4	0 0 60	6 15 7	15 15 55	6 9 3	30 30 55	6 14 11	45 45 55	7 6 7	60 60 60	8 13 3	75 75 60	10 13 10	0 0 65	6 16 10	15 15 60	6 9 7	30 30 60	6 15 6	45 45 60	7 7 0	60 60 65	8 16 4	75 75 65	11 18 2	0 0 70	6 18 2	15 15 65	6 9 11	30 30 65	6 16 1	45 45 65	7 9 0	60 60 70	8 19 6	75 75 70	12 6 8	0 0 75	6 19 6	15 15 70	6 10 3	30 30 70	6 16 7	45 45 70	7 10 1	60 60 75	9 3 0	75 75 75	13 2 3	0 0 80	7 0 9	15 15 75	6 10 8	30 30 75	6 17 1	45 45 75	7 11 2	60 60 80	9 4 6	75 75 80	13 11 5	15 15 80	6 10 8	30 30 80	6 17 5	45 45 80	7 12 0	60 60 80	9 4 6	75 75 80	13 11 5		
5 5 0	6 6 10	20 20 0	6 10 4	35 35 0	6 16 7	50 50 0	7 7 5	65 65 0	8 1 9	80 80 0	8 18 4	5 5 5	6 4 8	20 20 5	6 7 10	35 35 5	6 11 6	50 50 5	6 16 9	65 65 5	7 1 10	80 80 5	7 5 9	5 5 10	6 4 10	20 20 10	6 7 9	35 35 10	6 11 10	50 50 10	6 16 10	65 65 10	7 1 10	80 80 10	7 5 8	5 5 15	6 5 1	20 20 15	6 8 0	35 35 15	6 12 4	50 50 15	6 18 6	65 65 15	7 4 4	80 80 20	7 12 1	5 5 20	6 5 4	20 20 20	6 8 1	35 35 20	6 12 11	50 50 20	7 0 2	65 65 20	7 7 2	80 80 25	7 16 8	5 5 25	6 5 7	20 20 25	6 8 5	35 35 25	6 13 6	50 50 25	7 1 10	65 65 25	7 10 12	80 80 30	7 18 10	5 5 30	6 5 9	20 20 30	6 8 9	35 35 30	6 14 1	50 50 30	7 3 6	65 65 30	7 15 6	80 80 35	8 2 9	5 5 35	6 6 0	20 20 35	6 9 1	35 35 35	6 14 8	50 50 35	7 5 3	65 65 35	7 0 1	80 80 40	8 9 2	5 5 40	6 6 3	20 20 40	6 9 6	35 35 40	6 15 4	50 50 40	7 7 7	65 65 45	8 6 1	80 80 45	8 19 4	5 5 45	6 6 7	20 20 45	6 9 11	35 35 45	6 16 1	50 50 45	7 9 7	65 65 50	8 12 9	80 80 50	9 10 2	5 5 50	6 6 10	20 20 50	6 10 5	35 35 50	6 16 10	50 50 50	7 11 2	65 65 55	8 19 6	80 80 55	10 3 6	5 5 55	6 7 1	20 20 55	6 10 11	35 35 55	6 17 7	50 50 55	7 12 10	65 65 60	9 2 8	80 80 60	12 1 8	5 5 60	6 7 5	20 20 60	6 11 5	35 35 60	6 18 4	50 50 60	7 14 2	65 65 65	9 11 8	80 80 65	12 1 8	5 5 65	6 7 9	20 20 65	6 11 10	35 35 65	6 19 1	50 50 65	7 16 2	65 65 70	9 16 3	80 80 70	13 8 8	5 5 70	6 8 0	20 20 70	6 12 3	35 35 70	6 19 8	50 50 70	7 17 9	65 65 75	10 0 0	80 80 75	14 19 6	5 5 75	6 8 3	20 20 75	6 12 7	35 35 75	7 0 3	50 50 75	7 19 2	65 65 80	10 4 0	80 80 80	14 19 6	5 5 80	6 8 5	20 20 80	6 12 10	35 35 80	7 0 8	50 50 80	8 0 1	65 65 80	10 4 0	80 80 80	14 19 6
10 10 0	6 6 10	25 25 0	6 12 9	40 40 0	6 19 5	55 55 0	7 11 11	70 70 0	8 7 3	80 80 0	8 18 4	10 10 5	6 4 25	25 25 5	6 9 2	40 40 5	6 13 1	55 55 5	6 18 4	70 70 5	7 3 4	10 10 10	6 5 3	25 25 10	6 9 2	40 40 10	6 13 5	55 55 10	6 18 7	70 70 10	7 3 2	10 10 15	6 5 6	25 25 15	6 9 7	40 40 15	6 14 4	55 55 15	7 0 7	70 70 15	7 5 11	10 10 20	6 5 9	25 25 20	6 9 9	40 40 20	6 15 2	55 55 20	7 2 7	70 70 20	7 9 3	10 10 25	6 6 0	25 25 25	6 9 11	40 40 25	6 16 0	55 55 25	7 4 9	70 70 30	7 14 4	10 10 30	6 6 3	25 25 30	6 10 4	40 40 30	6 16 10	55 55 30	7 6 9	70 70 35	7 18 10	10 10 35	6 6 6	25 25 35	6 10 9	40 40 35	6 17 8	55 55 35	7 8 11	70 70 40	8 3 1	10 10 40	6 6 10	25 25 40	6 11 2	40 40 40	6 18 7	55 55 40	7 11 11	70 70 45	8 11 15	10 10 45	6 7 2	25 25 45	6 11 9	40 40 45	6 19 7	55 55 45	7 18 2	70 70 50	8 19 10	10 10 50	6 7 5	25 25 50	6 12 4	40 40 50	7 0 6	55 55 50	7 18 2	70 70 55	8 19 8	10 10 55	6 7 8	25 25 55	6 12 11	40 40 55	7 1 5	55 55 55	8 0 8	70 70 60	9 19 3	10 10 60	6 8 0	25 25 60	6 13 6	40 40 60	7 2 4	55																																																																											

TABOA VI.

Pensões Vitalicias correspondentes a hum Capital de 100. libras posto sobre tres pessoas de diversas idades; calculadas para todas as idades, contadas de 10. em 10. annos, ou multiplices de 10.

Supposto o juro a 5. por 100.

Idades das 3. pess.			Pensões.			Idades das 3. pess.			Pensões.			Idades das 3. pess.			Pensões.			Idades das 3. pess.			Pensões.			
annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.
0	10	20	5	8	8	0	60	70	6	16	3	10	60	80	6	2	8	30	40	80	6	4	6	
0	10	30	5	9	1	0	60	80	6	17	4	10	70	80	6	4	11	30	50	60	6	7	4	
0	10	40	5	9	7							30	50	70	6	8	5	30	50	80	6	9	3	
0	10	50	5	10	4	0	70	80	7	6	1	10	70	80	6	9	3	0	10	40	6	8	1	
0	10	60	5	11	2							30	50	80	6	9	3	0	10	60	6	9	9	
0	10	70	5	12	3							20	30	40	5	14	3	0	10	70	6	10	11	
0	10	80	5	13	4	10	20	30	5	10	1	20	30	50	5	15	3	20	30	80	8	8	6	
						10	20	40	5	10	8	20	30	60	5	16	3	30	60	70	6	13	10	
0	20	30	5	11	11	10	20	50	5	11	4	20	30	70	5	17	1	0	10	80	6	12	1	
0	20	40	5	12	5	10	20	60	5	12	0	20	30	80	5	17	8	30	70	80	6	17	11	
0	20	50	5	13	2	10	20	70	5	12	7	30	70	80	6	17	11	0	20	30	6	10	9	
0	20	60	5	14	0	10	20	80	5	12	11	20	40	50	5	18	4	0	20	40	6	11	3	
0	20	70	5	15	1	10	30	80	5	12	11	20	40	60	5	19	4	40	50	60	6	14	10	
0	20	80	5	16	2	10	30	40	5	12	9	20	40	70	6	0	2	40	50	80	6	15	5	
						10	30	50	5	13	5	20	40	80	6	0	9	40	50	80	6	15	11	
0	30	40	5	15	7	10	30	60	5	14	1	20	40	60	5	19	4	0	20	70	6	14	1	
0	30	50	5	16	4	10	30	70	5	14	8	20	50	60	6	3	2	40	50	60	6	17	3	
0	30	60	5	17	2	10	30	80	5	15	0	20	50	70	6	4	0	40	60	6	16	6		
0	30	70	5	18	3	10	30	80	6	4	7	20	50	80	6	4	7	0	30	70	6	17	8	
0	30	80	5	19	5	10	40	50	5	15	10	40	70	80	7	8	0	0	30	80	6	18	11	
						10	40	60	5	16	6	20	60	70	6	7	8	40	70	80	7	5	0	
0	40	50	6	0	6	10	40	70	5	17	1	20	60	80	6	8	3	0	40	50	70	6	12	2
0	40	60	6	1	5	10	40	80	5	17	5	20	70	80	6	11	6	0	40	60	70	7	2	1
0	40	70	6	2	5						20	70	80	6	11	6	50	60	70	7	2	1		
0	40	80	6	3	6	10	50	60	5	19	2	50	60	70	6	19	9	50	70	80	6	17	7	
						10	50	70	5	19	9	50	70	80	8	5	7	50	60	70	6	19	10	
0	50	60	6	7	10	10	50	80	6	0	1	30	40	50	6	1	4	0	50	60	7	8	4	
0	50	70	6	8	11						30	40	60	6	2	7	0	50	70	7	9	6	6	
0	50	80	6	10	0	10	60	70	6	2	4	30	40	70	6	3	8	60	70	80	9	8	7	

Supposto o juro a 6. por 100.

Idades das 3. pess.			Pensões.			Idades das 3. pess.			Pensões.			Idades das 3. pess.			Pensões.			Idades das 3. pess.			Pensões.			
annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.	annos.	an.	lb.	f.	d.
0	10	20	6	7	2	0	60	70	7	17	7	10	60	80	7	1	3	30	50	60	7	4	10	
0	10	30	6	7	7	0	60	80	7	18	10	10	70	80	7	3	6	30	50	70	7	5	11	
0	10	40	6	8	10	0	70	80	8	8	6	10	70	80	7	1	3	30	50	80	7	6	9	
0	10	50	6	9	13	0	80	90	8	9	6	10	80	90	8	1	3	20	30	40	6	12	0	
0	10	60	6	10	16	0	90	100	9	10	7	11	90	100	9	2	1	20	30	50	6	14	0	
0	10	70	6	11	19	0	100	110	10	11	8	12	90	100	10	3	1	20	30	60	6	16	3	
0	10	80	6	12	22	0	110	120	11	12	9	13	100	110	11	4	1</td							

TABOA VII.

Pensões-Tontinas correspondentes a 100. libras de Capital, conforme o numero e idade dos Tontinistas, que formão cada huma das Classes; calculadas para as idades multiplices de cinco annos.

Supondo o juro de 5. por 100.

Annos de Idade.	Número da Clasf.	Pensões.			Idade, a que deve chegar o ultimo Tontin.			Número da Clasf.	Pensões.			Idade, a que deve chegar o ultimo Tontin.				
		lb.	f.	d.	a.	m.	lb.	f.	d.	a.	m.	lb.	f.	d.		
0 até 5	100	50	15	6	88	2	400	50	11	4	94	6	100	60	8	2
5 até 10	100	50	18	0	90	0	400	50	13	6	96	0	400	60	6	11
10 até 15	100	51	2	11	90	4	400	50	17	1	96	3	400	60	9	2
15 até 20	100	51	9	0	90	8	400	51	1	8	96	8	400	60	12	2
20 até 25	100	51	17	0	90	10	400	51	7	7	96	10	400	61	2	10
25 até 30	100	52	7	3	91	0	400	51	15	2	96	10	400	61	1	6
30 até 35	100	52	19	7	91	6	400	52	4	11	97	0	400	61	8	8
35 até 40	100	53	15	3	92	0	400	52	17	1	97	4	400	62	12	3
40 até 45	100	54	15	6	92	6	400	53	12	1	97	10	400	63	8	11
45 até 50	100	56	1	10	93	0	400	54	13	0	98	0	400	64	11	1
50 até 55	100	57	14	3	93	9	400	56	0	10	98	2	400	65	19	2
55 até 60	100	59	16	9	94	6	400	57	16	5	98	6	400	67	17	2
60 até 65	100	62	9	10	95	6	400	60	4	7	98	10	400	70	5	6
65 até 70	100	65	17	5	96	8	400	63	13	10	99	0	400	73	8	4
70 até 75	100	70	4	7	98	0	400	68	5	9	99	6	400	77	10	11

Supondo o juro de 6. por 100.

Annos de Idade.	Número da Clasf.	Pensões.			Idade, a que deve chegar o ultimo Tontin.			Número da Clasf.	Pensões.			Idade, a que deve chegar o ultimo Tontin.				
		lb.	f.	d.	a.	m.	lb.	f.	d.	a.	m.	lb.	f.	d.		
0 até 5	700	50	10	3	96	8	1000	50	9	10	97	6	700	60	5	0
5 até 10	700	50	12	4	97	10	1000	50	12	0	98	4	700	60	6	3
10 até 15	700	50	15	8	98	0	1000	50	15	3	98	6	700	60	8	1
15 até 20	700	51	0	1	98	0	1000	50	19	7	98	6	700	60	11	1
20 até 25	700	51	5	7	98	2	1000	51	4	11	98	8	700	60	14	9
25 até 30	700	51	12	10	98	2	1000	51	11	9	98	10	700	60	19	1
30 até 35	700	52	2	0	98	4	1000	52	0	11	98	10	700	61	6	6
35 até 40	700	52	13	9	98	6	1000	52	12	4	99	0	700	61	15	4
40 até 45	700	53	9	0	98	8	1000	53	7	10	99	0	700	62	7	3
45 até 50	700	54	9	0	98	10	1000	54	7	0	99	3	700	63	3	10
50 até 55	700	55	15	4	99	0	1000	55	13	9	99	3	700	64	5	7
55 até 60	700	57	10	8	99	2	1000	57	7	11	99	6	700	65	16	1
60 até 65	700	59	19	8	99	3	1000	59	13	11	99	9	700	67	19	8
65 até 70	700	63	5	7	99	6	1000	63	1	6	99	9	700	71	0	1
70 até 75	700	67	19	8	99	9	1000	67	13	9	100	0	700	75	8	4

T A B O A VIII.

Capitaes correspondentes a 100. libras de Pensão sobre huma vida; calculados para diversas idades.

Supondo o juro a 5. por 100.				Supondo o juro a 6. por 100.			
Annos	Capit.	Annos	Capit.	Annos	Capit.	Annos	Capit.
de idade.	lb.	de idade.	lb.	de idade.	lb.	de idade.	lb.
0	1175	41	1271	0	1024	41	1145
1	1424	42	1254	1	1239	42	1132
2	1462	43	1237	2	1272	43	1118
3	1500	44	1219	3	1305	44	1103
4	1532	45	1199	4	1333	45	1087
5	1555	46	1181	5	1354	46	1072
6	1562	47	1162	6	1360	47	1057
7	1569	48	1142	7	1367	48	1040
8	1577	49	1126	8	1375	49	1027
9	1572	50	1107	9	1371	50	1011
10	1567	51	1089	10	1367	51	996
11	1561	52	1073	11	1364	52	983
12	1553	53	1054	12	1359	53	968
13	1546	54	1035	13	1353	54	951
14	1536	55	1015	14	1345	55	934
15	1525	56	993	15	1337	56	916
16	1514	57	974	16	1329	57	900
17	1503	58	953	17	1320	58	883
18	1491	59	932	18	1310	59	865
19	1482	60	910	19	1304	60	846
20	1473	61	888	20	1296	61	827
21	1463	62	865	21	1289	62	806
22	1451	63	840	22	1279	63	785
23	1438	64	818	23	1269	64	766
24	1427	65	795	24	1261	65	745
25	1419	66	771	25	1254	66	725
26	1413	67	746	26	1250	67	703
27	1408	68	721	27	1247	68	681
28	1402	69	695	28	1242	69	658
29	1396	70	669	29	1238	70	635
30	1389	71	642	30	1234	71	610
31	1384	72	615	31	1229	72	586
32	1377	73	586	32	1225	73	560
33	1370	74	558	33	1219	74	532
34	1360	75	528	34	1213	75	505
35	1349	76	502	35	1205	76	481
36	1337	77	477	36	1195	77	457
37	1325	78	452	37	1188	78	435
38	1313	79	430	38	1178	79	414
39	1300	80	412	39	1168	80	397
40	1287			40	1158		

T A B O A IX.

Capitaes correspondentes a 100. libras de Pensão sobre duas vidas iguaes em idade; calculados para diversas idades.

Supondo o juro a 5. por 100.				Supondo o juro a 6. por 100.			
Annos	Capit.	Annos	Capit.	Annos	Capit.	Annos	Capit.
de idade.	lb.	de idade.	lb.	de idade.	lb.	de idade.	lb.
0	1604	41	1526	0	1380	41	1357
1	1759	42	1510	1	1510	42	1347
2	1778	43	1494	2	1525	43	1334
3	1793	44	1477	3	1538	44	1320
4	1804	45	1459	4	1548	45	1306
5	1810	46	1442	5	1553	46	1293
6	1810	47	1424	6	1554	47	1279
7	1810	48	1405	7	1554	48	1264
8	1809	49	1388	8	1554	49	1251
9	1804	50	1368	9	1551	50	1235
10	1799	51	1350	10	1548	51	1221
11	1794	52	1331	11	1545	52	1206
12	1788	53	1311	12	1541	53	1190
13	1782	54	1290	13	1537	54	1173
14	1775	55	1269	14	1532	55	1156
15	1768	56	1246	15	1527	56	1138
16	1760	57	1224	16	1522	57	1120
17	1752	58	1202	17	1516	58	1101
18	1744	59	1178	18	1511	59	1082
19	1737	60	1154	19	1506	60	1061
20	1730	61	1128	20	1501	61	1040
21	1722	62	1103	21	1496	62	1018
22	1714	63	1076	22	1490	63	996
23	1705	64	1049	23	1483	64	974
24	1696	65	1022	24	1478	65	950
25	1689	66	994	25	1473	66	927
26	1682	67	966	26	1468	67	902
27	1675	68	936	27	1464	68	876
28	1668	69	905	28	1459	69	850
29	1660	70	875	29	1453	70	822
30	1652	71	843	30	1448	71	794
31	1644	72	811	31	1443	73	765
32	1636	73	777	32	1437	73	735
33	1627	74	744	33	1431	74	705
34	1616	75	710	34	1423	75	674
35	1605	76	679	35	1415	76	646
36	1593	77	648	36	1407	77	617
37	1581	78	618	37	1398	78	590
38	1568	79	589	38	1389	79	564
39	1555	80	563	39	1378	80	540
40	1541			40	1369		

T A B O A X.

Valores de 100. libras de Pensão Vitalicia sobre douos individuos diferentes na idade, calculados para todas as idades multiplices de cinco.

Suppondo o juro a 5. por 100.

<i>Idades dos 2. Individ.</i>	<i>Valores da Pens.</i>	<i>Idad. dos 2. Individ.</i>	<i>Valores da Pens.</i>	<i>Idad. dos 2. Individ.</i>	<i>Valores da Pens.</i>
<i>annos. an.</i>	<i>lb.</i>	<i>an. an.</i>	<i>lb.</i>	<i>an. an.</i>	<i>lb.</i>
0 5	1742	15 35	1695	35 60	1450
0 10	1742	15 40	1676	35 65	1424
0 15	1723	15 45	1654	35 70	1403
0 20	1700	15 50	1633	35 75	1383
0 25	1672	15 55	1612	35 80	1371
0 30	1653	15 60	1593		
0 35	1629	15 65	1575	40 45	1502
0 40	1599	15 70	1559	40 50	1463
0 45	1563	15 75	1546	40 55	1431
0 50	1520	15 80	1538	40 60	1400
0 55	1479			40 65	1371
0 60	1440	20 25	1711	40 70	1345
0 65	1396	20 30	1694	40 75	1323
0 70	1354	20 35	1674	40 80	1309
0 75	1313	20 40	1651		
0 80	1277	20 45	1627	45 50	1417
		20 50	1600	45 55	1375
5 10	1801	20 55	1577	45 60	1337
5 15	1786	20 60	1554	45 65	1304
5 20	1770	20 65	1534	45 70	1273
5 25	1753	20 70	1516	45 75	1245
5 30	1742	20 75	1501	45 80	1225
5 35	1725	20 80	1490		
5 40	1707			50 55	1322
5 45	1685	25 30	1668	50 60	1276
5 50	1666	25 35	1646	50 65	1234
5 55	1648	25 40	1623	50 70	1195
5 60	1630	25 45	1595	50 75	1163
5 65	1613	25 50	1567	50 80	1143
5 70	1598	25 55	1541		
5 75	1584	25 60	1517	55 60	1215
5 80	1574	25 65	1494	55 65	1165
		25 70	1472	55 70	1120
10 15	1784	25 75	1454	55 75	1083
10 20	1767	25 80	1440	55 80	1056
10 25	1749				
10 30	1735	30 35	1626	60 65	1094
10 35	1718	30 40	1598	60 70	1039
10 40	1700	30 45	1569	60 75	985
10 45	1682	30 50	1539	60 80	963
10 50	1662	30 55	1511		
10 55	1644	30 60	1487	65 70	957
10 60	1627	30 65	1464	65 75	899
10 65	1612	30 70	1443	65 80	861
10 70	1598	30 75	1425		
10 75	1588	30 80	1413	70 75	804
10 80	1579			70 80	755
		35 40	1570		
15 20	1749	35 45	1537	75 80	648
15 25	1730	35 50	1507		
15 30	1714	35 55	1477		

Suppondo o juro a 6. por 100.

<i>Idades dos 2. Individ.</i>	<i>Valores da Pens.</i>	<i>Idad. dos 2. Individ.</i>	<i>Valores da Pens.</i>	<i>Idad. dos 2. Individ.</i>	<i>Valores da Pens.</i>
<i>annos. an.</i>	<i>lb.</i>	<i>an. an.</i>	<i>lb.</i>	<i>an. an.</i>	<i>lb.</i>
0 5	1495	15 35	1471	35 60	1290
0 10	1495	15 40	1456	35 65	1268
0 15	1480	15 45	1439	35 70	1251
0 20	1461	15 50	1422	35 75	1235
0 25	1438	15 55	1405	35 80	1224
0 30	1422	15 60	1390		
0 35	1403	15 65	1376	40 45	1336
0 40	1378	15 70	1364	40 50	1304
0 45	1348	15 75	1354	40 55	1278
0 50	1312	15 80	1348	40 60	1253
0 55	1278			40 65	1228
0 60	1245	20 25	1485	40 70	1207
0 65	1209	20 30	1472	40 75	1189
0 70	1174	20 35	1456	40 80	1177
0 75	1140	20 40	1438		
0 80	1110	20 45	1419	45 50	1271
		20 50	1398	45 55	1236
5 10	1546	20 55	1379	45 60	1204
5 15	1536	20 60	1361	45 65	1176
5 20	1524	20 65	1345	45 70	1150
5 25	1510	20 70	1330	45 75	1126
5 30	1502	20 75	1319	45 80	1109
5 35	1489	20 80	1310		
5 40	1474			50 55	1196
5 45	1457	25 30	1455	50 60	1157
5 50	1441	25 35	1438	50 65	1121
5 55	1428	25 40	1419	50 70	1087
5 60	1413	25 45	1397	50 75	1060
5 65	1389	25 50	1375	50 80	1042
5 70	1387	25 55	1354		
5 75	1376	25 60	1335	55 60	1110
5 80	1368	25 65	1316	55 65	1066
		25 70	1298	55 70	1027
10 15	1537	25 75	1283	55 75	994
10 20	1525	25 80	1272	55 80	971
10 25	1510				
10 30	1500	30 35	1427	60 65	1009
10 35	1486	30 40	1404	60 70	961
10 40	1471	30 45	1381	60 75	913
10 45	1457	30 50	1357	60 80	893
10 50	1441	30 55	1333		
10 55	1427	30 60	1314	65 70	892
10 60	1413	30 65	1295	65 75	840
10 65	1402	30 70	1278	65 80	896
10 70	1391	30 75	1263		
10 75	1384	30 80	1253	70 75	758
10 80	1377			70 80	713
		35 40	1386		
15 20	1513	35 45	1361	75 80	617
15 25	1498	35 50	1336		
15 30	1486	35 55	1311		

T A B O A XI.

*Capitaes correspondentes a 100. libras de
Pensão Vitalicia sobre tres pessoas
iguales em idade ; calculados
para diferentes idades.*

Suppondo o juro a 5. por 100.			Suppondo o juro a 6. por 100.		
Annos de idade.	Valores, ou Capitaes correspond.	Annos de idade.	Annos de idade.	Valores, ou Capitaes correspond.	Annos de idade.
0 1780	41 1623	0 1523	41 1433	0 1433	41 1433
1 1865	42 1609	1 1590	42 1423	1 1423	42 1423
2 1872	43 1594	2 1596	43 1412	2 1412	43 1412
3 1878	44 1579	3 1600	44 1400	3 1400	44 1400
4 1880	45 1563	4 1603	45 1388	4 1388	45 1388
5 1881	46 1545	5 1604	46 1376	5 1376	46 1376
6 1879	47 1528	6 1603	47 1363	6 1363	47 1363
7 1877	48 1511	7 1602	48 1350	7 1350	48 1350
8 1874	49 1493	8 1600	49 1337	8 1337	49 1337
9 1872	50 1475	9 1599	50 1323	9 1323	50 1323
10 1868	51 1457	10 1596	51 1309	10 1309	51 1309
11 1864	52 1439	11 1594	52 1295	11 1295	52 1295
12 1859	53 1419	12 1591	53 1280	12 1280	53 1280
13 1854	54 1398	13 1588	54 1264	13 1264	54 1264
14 1848	55 1377	14 1584	55 1247	14 1247	55 1247
15 1843	56 1355	15 1581	56 1229	15 1229	56 1229
16 1837	57 1333	16 1577	57 1212	16 1212	57 1212
17 1831	58 1310	17 1573	58 1194	17 1194	58 1194
18 1825	59 1286	18 1570	59 1175	18 1175	59 1175
19 1819	60 1262	19 1566	60 1154	19 1154	60 1154
20 1812	61 1236	20 1562	61 1134	20 1134	61 1134
21 1806	62 1210	21 1557	62 1112	21 1112	62 1112
22 1800	63 1182	22 1554	63 1090	22 1090	63 1090
23 1792	64 1196	23 1549	64 1067	23 1067	64 1067
24 1785	65 1128	24 1544	65 1044	24 1044	65 1044
25 1778	66 1100	25 1540	66 1019	25 1019	66 1019
26 1772	67 1070	26 1535	67 994	26 994	67 994
27 1765	68 1040	27 1531	68 968	27 968	68 968
28 1758	69 1008	28 1526	69 941	28 941	69 941
29 1750	70 976	29 1520	70 913	29 913	70 913
30 1742	71 943	30 1516	71 884	30 884	71 884
31 1734	72 910	31 1511	72 855	31 855	72 855
32 1725	73 875	32 1505	73 825	32 825	73 825
33 1716	74 841	33 1499	74 794	33 794	74 794
34 1706	75 806	34 1492	75 763	34 763	75 763
35 1696	76 773	35 1485	76 733	35 733	76 733
36 1685	77 739	36 1477	77 702	36 702	77 702
37 1673	78 707	37 1469	78 673	37 673	78 673
38 1662	79 675	38 1461	79 644	38 644	79 644
39 1650	80 645	39 1452	80 617	39 617	80 617
40 1637		40 1443		40 617	

T A B O A XII.

Capitaes correspondentes a 100. libras de Pensão Vitalicia sobre tres pessoas, das quaes só duas tem a mesma idade, calculados para todas as idades contadas de cinco em cinco annos; na hypothese de ser o juro a 5. por 100.

Idades das 3. pess. annos. an. an.				Capitaes corresp.				Idades das 3. pess. an. an. an.				Capitaes corresp.				Idades das 3. pess. an. an. an.				Capitaes corresp.				Idades das 3. pess. an. an. an.			
0 0 5				1824lb.	15	15	0	1822lb.	30	30	0	1735lb.	45	45	0	1626lb.	60	60	0	1480lb.	75	75	0	1332lb.			
0 0 10				1824	15	15	5	1848	30	30	5	1790	45	45	5	1718	60	60	5	1649	75	75	5	1592			
0 0 15				1818	15	15	10	1848	30	30	10	1783	45	45	10	1713	60	60	10	1643	75	75	10	1594			
0 0 20				1811	15	15	15	1843	30	30	15	1771	45	45	15	1691	60	60	15	1611	75	75	15	1552			
0 0 25				1803	15	15	20	1838	30	30	20	1761	45	45	20	1674	60	60	20	1577	75	75	20	1508			
0 0 30				1796	15	15	25	1832	30	30	25	1751	45	45	25	1648	60	60	25	1544	75	75	25	1463			
0 0 35				1788	15	15	30	1828	30	30	30	1742	45	45	30	1626	60	60	30	1516	75	75	30	1435			
0 0 40				1778	15	15	35	1822	30	30	35	1734	45	45	35	1602	60	60	35	1482	75	75	35	1393			
0 0 45				1765	15	15	40	1817	30	30	40	1725	45	45	40	1580	60	60	40	1438	75	75	40	1334			
0 0 50				1749	15	15	45	1810	30	30	45	1717	45	45	45	1562	60	60	45	1386	75	75	45	1259			
0 0 55				1734	15	15	50	1803	30	30	50	1707	45	45	50	1547	60	60	50	1339	75	75	50	1182			
0 0 60				1719	15	15	55	1796	30	30	55	1697	45	45	55	1532	60	60	55	1280	75	75	55	1105			
0 0 65				1702	15	15	60	1790	30	30	60	1689	45	45	60	1517	60	60	60	1262	75	75	60	1011			
0 0 70				1684	15	15	65	1784	30	30	65	1681	45	45	65	1504	60	60	65	1238	75	75	65	940			
0 0 75				1667	15	15	70	1779	30	30	70	1674	45	45	70	1492	60	60	70	1215	75	75	70	862			
0 0 80				1651	15	15	75	1775	30	30	75	1667	45	45	75	1480	60	60	75	1190	75	75	75	806			
					15	15	80	1773	30	30	80	1662	45	45	80	1471	60	60	80	1179	75	75	80	778			
5 5 0				1846lb.	20	20	0	1794lb.	35	35	0	1707lb.	50	50	0	1575lb.	65	65	0	1429lb.	80	80	0	1291lb.			
5 5 5				1881	20	20	5	1826	35	35	5	1769	50	50	5	1694	65	65	5	1627	80	80	5	1579			
5 5 10				1878	20	20	10	1825	35	35	10	1761	50	50	10	1688	65	65	10	1623	80	80	10	1582			
5 5 15				1874	20	20	15	1818	35	35	15	1747	50	50	15	1663	65	65	15	1588	80	80	15	1542			
5 5 20				1869	20	20	20	1812	35	35	20	1733	50	50	20	1637	65	65	20	1549	80	80	20	1494			
5 5 25				1865	20	20	25	1807	35	35	25	1720	50	50	25	1611	65	65	25	1514	80	80	25	1446			
5 5 30				1862	20	20	30	1802	35	35	30	1708	50	50	30	1586	65	65	30	1486	80	80	30	1420			
5 5 35				1858	20	20	35	1796	35	35	35	1696	50	50	35	1560	65	65	35	1447	80	80	35	1377			
5 5 40				1853	20	20	40	1790	35	35	40	1685	50	50	40	1526	65	65	40	1398	80	80	40	1316			
5 5 45				1848	20	20	45	1783	35	35	45	1675	50	50	45	1500	65	65	45	1339	80	80	45	1233			
5 5 50				1842	20	20	50	1775	35	35	50	1664	50	50	50	1475	65	65	50	1279	80	80	50	1154			
5 5 55				1838	20	20	55	1767	35	35	55	1654	50	50	55	1458	65	65	55	1222	80	80	55	1070			
5 5 60				1832	20	20	60	1760	35	35	60	1644	50	50	60	1441	65	65	60	1170	80	80	60	981			
5 5 65				1827	20	20	65	1752	35	35	65	1634	50	50	65	1423	65	65	65	1128	80	80	65	885			
5 5 70				1822	20	20	70	1745	35	35	70	1626	50	50	70	1408	65	65	70	1100	80	80	70	780			
5 5 75				1818	20	20	75	1740	35	35	75	1618	50	50	75	1394	65	65	75	1074	80	80	75	731			
5 5 80				1815	20	20	80	1737	35	35	80	1613	50	50	80	1385	65	65	80	1056	80	80	80	645			
10 10 0				1846lb.	25	25	0	1760lb.	40	40	0	1670lb.	55	55	0	1526lb.	70	70	0	1379lb.							
10 10 5				1868	25	25	5	1805	40	40	5	1746	55	55	5	1672	70	70	5	1609							
10 10 10				1868	25	25	10	1802	40	40	10	1737	55	55	10	1664	70	70	10	1605							
10																											

T A B O A XII. N.^o 2.

Capitaes correspondentes a 100. libras de Pensão Vitalicia sobre tres pessoas, das quaes só duas tem a mesma idade, calculados para todas as idades contadas de cinco em cinco annos; na hypothese de ser o juro a 6. por 100.

<i>Idades das 3, pess. annos. an. an.</i>	<i>Capitaes corresp.</i>	<i>Idades das 3, pess. an. an. an.</i>	<i>Capitaes corresp.</i>	<i>Idades das 3, pess. an. an. an.</i>	<i>Capitaes corresp.</i>	<i>Idades das 3, pess. an. an. an.</i>	<i>Capitaes corresp.</i>	<i>Idades das 3, pess. an. an. an.</i>	<i>Capitaes corresp.</i>	<i>Idades das 3, pess. an. an. an.</i>	<i>Capitaes corresp.</i>	<i>Idades das 3, pess. an. an. an.</i>	<i>Capitaes corresp.</i>
0 0 5	1558lb.	15 15 0	1557lb.	30 30 0	1487lb.	45 45 0	1399lb.	60 60 0	1279lb.	75 75 0	1156lb.		
0 0 10	1558	15 15 5	1581	30 30 5	1536	45 45 5	1481	60 60 5	1428	75 75 5	1382		
0 0 15	1554	15 15 10	1582	30 30 10	1534	45 45 10	1481	60 60 10	1426	75 75 10	1388		
0 0 20	1549	15 15 15	1581	30 30 15	1529	45 45 15	1469	60 60 15	1404	75 75 15	1358		
0 0 25	1542	15 15 20	1577	30 30 20	1524	45 45 20	1455	60 60 20	1379	75 75 20	1325		
0 0 30	1537	15 15 25	1573	30 30 25	1520	45 45 25	1441	60 60 25	1356	75 75 25	1291		
0 0 35	1531	15 15 30	1570	30 30 30	1516	45 45 30	1428	60 60 30	1337	75 75 30	1272		
0 0 40	1522	15 15 35	1566	30 30 35	1510	45 45 35	1414	60 60 35	1315	75 75 35	1242		
0 0 45	1511	15 15 40	1561	30 30 40	1501	45 45 40	1401	60 60 40	1281	75 75 40	1197		
0 0 50	1499	15 15 45	1557	30 30 45	1497	45 45 45	1388	60 60 45	1243	75 75 45	1137		
0 0 55	1487	15 15 50	1552	30 30 50	1490	45 45 50	1376	60 60 50	1208	75 75 50	1075		
0 0 60	1475	15 15 55	1547	30 30 55	1482	45 45 55	1364	60 60 55	1178	75 75 55	1014		
0 0 65	1462	15 15 60	1543	30 30 60	1476	45 45 60	1353	60 60 60	1154	75 75 60	935		
0 0 70	1448	15 15 65	1539	30 30 65	1470	45 45 65	1342	60 60 65	1134	75 75 65	877		
0 0 75	1434	15 15 70	1536	30 30 70	1464	45 45 70	1333	60 60 70	1114	75 75 70	811		
0 0 80	1421	15 15 75	1533	30 30 75	1459	45 45 75	1323	60 60 75	1093	75 75 75	763		
		15 15 80	1531	30 30 80	1455	45 45 80	1316	60 60 80	1084	75 75 80	737		
5 5 0	1577lb.	20 20 0	1535lb.	35 35 0	1464lb.	50 50 0	1357lb.	65 65 0	1236lb.	80 80 0	1121lb.		
5 5 5	1604	20 20 5	1565	35 35 5	1521	50 50 5	1463	65 65 5	1410	80 80 5	1372		
5 5 10	1602	20 20 10	1566	35 35 10	1517	50 50 10	1462	65 65 10	1410	80 80 10	1379		
5 5 15	1599	20 20 15	1563	35 35 15	1511	50 50 15	1444	65 65 15	1386	80 80 15	1351		
5 5 20	1596	20 20 20	1562	35 35 20	1505	50 50 20	1427	65 65 20	1357	80 80 20	1314		
5 5 25	1593	20 20 25	1557	35 35 25	1498	50 50 25	1410	65 65 25	1332	80 80 25	1277		
5 5 30	1580	20 20 30	1553	35 35 30	1492	50 50 30	1394	65 65 30	1313	80 80 30	1259		
5 5 35	1587	20 20 35	1549	35 35 35	1485	50 50 35	1377	65 65 35	1286	80 80 35	1229		
5 5 40	1584	20 20 40	1544	35 35 40	1478	50 50 40	1353	65 65 40	1249	80 80 40	1182		
5 5 45	1580	20 20 45	1539	35 35 45	1470	50 50 45	1337	65 65 45	1204	80 80 45	1115		
5 5 50	1577	20 20 50	1534	35 35 50	1462	50 50 50	1323	65 65 50	1158	80 80 50	1052		
5 5 55	1574	20 20 55	1528	35 35 55	1454	50 50 55	1309	65 65 55	1114	80 80 55	983		
5 5 60	1570	20 20 60	1522	35 35 60	1446	50 50 60	1294	65 65 60	1074	80 80 60	909		
5 5 65	1566	20 20 65	1517	35 35 65	1438	50 50 65	1281	65 65 65	1044	80 80 65	828		
5 5 70	1562	20 20 70	1512	35 35 70	1432	50 50 70	1268	65 65 70	1019	80 80 70	744		
5 5 75	1559	20 20 75	1508	35 35 75	1426	50 50 75	1257	65 65 75	997	80 80 75	668		
5 5 80	1557	20 20 80	1506	35 35 80	1422	50 50 80	1249	65 65 80	980	80 80 80	617		
10 10 0	1577lb.	25 25 0	1507lb.	40 40 0	1435lb.	55 55 0	1317lb.	70 70 0	1196lb.				
10 10 5	1596	25 25 5	1548	40 40 5	1503	55 55 5	1446	70 70 5	1395				
10 10 10	1596	25 25 10	1548	40 40 10	1499	55 55 10	1443	70 70 10	1397				
10 10 15	1594	25 25 15	1543	40 40 15	1489	55 55 15	1423	70 70 15	1371				
10 10 20	1590	25 25 20	1541	40 40 20	1480	55 55 20	1403	70 70 20	1340				
10 10 25	1587	25 25 25	1540	40 40 25	1471	55 55 25	1382	70 70 25	1309				
10 10 30	1584	25 25 30	1535	40 40 30	1462	55 55 30	1363	70 70 30	1291				
10 10 35	1581	25 25 35	1530	40 40 35	1453	55 55 35	1345	70 70 35	1263				
10 10 40	1577	25 25 40	1525	40 40 40	1443	55 55 40	1317	70 70 40	1221				
10 10 45	1573	25 25 45	1518	40 40 45	1433	55 55 45	1288	70 70 45	1169				
10 10 50	1570	25 25 50	1511	40 40 50	1423	55 55 50	1265	70 70 50	1112				
10 10 55	1567	25 25 55	1505	40 40 55	1414	55 55 55	1247	70 70 55	1059				
10 10 60	1563	25 25 60	1498	40 40 60	1405	55 55 60	1230	70 70 60	1004				
10 10 65	1559	25 25 65	1492	40 40 65	1396	55 55 65	1213	70 70 65	952				
10 10 70	1556	25 25 70	1487	40 40 70	1388	55 55 70	1197	70 70 70	913				
10 10 75	1553	25 25 75	1481	4									

T A B O A XIII.

Capitaes correspondentes a 100. libras de Pensão Vitalicia, sobre tres pessoas de diversas idades; calculados para todas as idades, contadas de 10. em 10. annos.

Suppondo o juro a 5. por 100.												Suppondo o juro a 6. por 100.											
Idades das 3. pess. annos. an. an.			Capitaes corresp.			Idades das 3. pess. annos. an. an.			Capitaes corresp.			Idades das 3. pess. annos. an. an.			Capitaes corresp.			Idades das 3. pess. annos. an. an.			Capitaes corresp.		
0 10 20	1841lb.	10 20 50	1796lb.	20 50 70	1613lb.	0 10 20	1573lb.	10 20 60	1538lb.	20 60 70	1371lb.	0 10 30	1568	10 20 70	1532	20 60 80	1365	0 10 40	1561	10 20 80	1528	20 70 80	1334
0 10 30	1833	10 20 60	1786	20 50 80	1605	0 10 50	1552	10 30 40	1527			0 10 60	1541	10 30 50	1520			0 10 70	1528	10 30 60	1513	30 40 50	1443
0 10 40	1825	10 20 70	1776			0 10 80	1514	10 30 70	1507	30 40 60	1430	0 10 50	1528	10 30 80	1503	30 40 70	1419	0 10 60	1559	20 70 80	1334		
0 10 50	1813	10 20 80	1771	20 60 70	1567	0 20 30	1530	10 40 50	1492	30 40 80	1411	0 20 40	1524	10 40 60	1484	30 50 60	1381	0 20 50	1774	30 40 60	1648	0 20 60	1632
0 10 60	1799			20 60 80	1559	0 20 70	1515	10 40 70	1478	30 50 70	1371	0 20 80	1505	10 40 80	1474	30 50 80	1363	0 10 70	1782	10 30 40	1744	0 20 50	1767
0 10 80	1765	10 30 50	1763	20 70 80	1521	0 20 80	1479	10 40 80	1474	30 70 80	1283	0 20 30	1739	30 40 50	1648	0 20 40	1730	30 50 60	1557	0 20 50	1719		
0 20 30	1787	10 30 70	1744			0 20 80	1483	10 50 60	1454	30 60 70	1327	0 20 40	1730	30 50 80	1548	30 60 80	1319	0 20 50	1779	10 30 80	1739	0 20 60	1632
0 20 40	1779	10 30 80	1739	30 40 50	1648	0 20 80	1475	10 50 70	1448	30 70 80	1416	0 20 50	1767	30 40 60	1632	0 20 60	1754	10 40 50	1727	0 20 70	1717		
0 20 50	1767			30 40 60	1632	0 20 80	1465	10 50 80	1444	30 70 80	1283	0 20 30	1738	30 40 60	1606	0 20 40	1722	10 40 70	1708	0 20 50	1703		
0 20 60	1754	10 40 50	1727	30 40 70	1617	0 20 80	1453	10 60 70	1419	30 70 80	1283	0 20 30	1730	30 50 70	1557	0 20 40	1719	10 50 60	1678	0 20 50	1670		
0 20 70	1738	10 40 60	1717	30 40 80	1606	0 20 80	1440	10 60 80	1416	30 70 80	1283	0 20 30	1691	30 60 70	1504	0 20 40	1675	10 60 70	1635	0 20 50	1666		
0 20 80	1722	10 40 70	1708	30 60 80	1494	0 20 80	1435	10 60 70	1417	30 70 80	1283	0 20 30	1660	30 70 80	1450	0 20 40	1660	10 60 80	1630	0 20 50	1647		
0 30 40	1730			40 50 60	1505	0 20 80	1427	10 70 80	1394	40 50 60	1337	0 20 30	1647	40 50 70	1417	40 60 80	1322	0 20 40	1634	10 70 80	1601	0 20 50	1619
0 30 50	1719	10 50 60	1678	40 50 70	1485	0 20 80	1417	10 70 80	1394	40 50 60	1337	0 20 30	1634	40 60 70	1406	40 60 80	1311	0 20 40	1619	40 50 80	1505	0 20 50	1471
0 30 60	1707	10 50 70	1670	40 60 70	1420	0 20 80	1406	20 30 40	1515	40 60 70	1268	0 20 30	1655	40 50 80	1471	20 30 50	1548	20 30 60	1504	40 60 80	1259		
0 30 70	1691	10 50 80	1666	40 60 80	1408	0 20 80	1395	20 30 50	1538	20 30 60	1493	0 20 30	1655	40 60 70	1420	20 30 70	1483	20 30 80	1477	40 70 80	1212		
0 30 80	1675	10 60 70	1635	40 60 80	1408	0 20 80	1351	0 60 70	1269	20 30 80	1477	0 20 30	1648	20 40 50	1468	50 60 70	1185	0 20 40	1648	20 40 60	1457	50 60 80	1168
0 40 50	1660	10 60 80	1630	40 70 80	1351	0 20 80	1351	0 70 80	1187	20 40 70	1448	0 20 30	1648	20 40 80	1442	50 70 80	1098	0 20 40	1646	20 50 60	1416	60 70 80	979
0 40 60	1647			20 40 50	1690	0 20 80	1351	0 70 80	1187	20 40 70	1448	0 20 30	1646	20 50 70	1408	60 70 80	979	0 20 40	1639	20 40 60	1676	0 20 50	1664
0 40 70	1634	10 70 80	1601	20 40 70	1608	0 20 80	1351	0 70 80	1187	20 40 70	1448	0 20 30	1646	20 50 80	1402	60 70 80	979	0 20 40	1639	20 40 80	1656	0 20 50	1656
0 40 80	1619			20 40 80	1700	0 20 80	1351	0 70 80	1187	20 40 80	1442	0 20 30	1642	20 50 80	1402	60 70 80	979	0 20 40	1619	20 40 80	1656	0 20 50	1656
0 50 60	1565	20 30 40	1751	40 50 80	1471	0 20 80	1348	20 30 50	1504	40 60 70	1268	0 20 30	1551	20 30 60	1493	20 30 70	1483	20 30 80	1477	40 70 80	1212		
0 50 70	1551	20 30 50	1735	40 50 80	1471	0 20 80	1348	20 30 50	1504	40 60 70	1268	0 20 30	1538	20 30 60	1493	20 30 70	1483	20 30 80	1477	40 70 80	1212		
0 50 80	1538	20 30 60	1720	40 60 70	1420	0 20 80	1327	20 30 60	1493	40 60 70	1268	0 20 30	1527	20 30 70	1483	20 30 80	1477	20 30 80	1477	40 70 80	1212		
0 60 70	1468	20 30 80	1700	40 60 80	1408	0 20 80	1327	20 30 70	1483	40 60 80	1268	0 20 30	1527	20 30 80	1477	20 30 80	1477	20 30 80	1477	40 70 80	1212		
0 60 80	1456			20 40 50	1690	0 20 80	1327	20 30 80	1477	40 60 80	1268	0 20 30	1527	20 30 80	1477	20 30 80	1477	20 30 80	1477	40 70 80	1212		
0 70 80	1369	20 40 60	1676	50 60 70	1310	0 20 80	1187	20 40 70	1448	50 60 70	1268	0 20 30	1527	20 40 80									

ATABOA XIV.

Pensões Vitalicias correspondentes a 100. libras de Capital, sobre huma vida, calculadas para todas as idades, em consequencia das series Necrologicas dadas por M. de Buffon na sua Historia Natural, e por M. de Parcieux, que também incluimos na Taboa presente: o juro supõe-se a 5. por 100.

Serie Necrologica publicada por M. de Buffon.

Anos de idade.	Vivos.			Mortos.			Anos de idade.			Vivos.			Mortos.			Anos de idade.				
	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.				
0	6454	23994	8	0	35	187	8515	25	0	70	108	2163	6	2	70	179	2134	7	8	
1	2378	17540	33	0	36	152	8328	24	5	71	271	2055	5	8	70	174	8524	24	3	
2	985	15162	38	0	37	160	8176	23	10	72	109	1784	5	4	70	171	1955	7	4	
3	700	14177	40	0	38	87	8016	23	3	73	168	1675	5	0	70	173	154	1630	6	7
4	509	13477	41	0	39	404	7929	22	8	74	258	1507	4	9	70	185	7992	22	9	
5	406	12968	41	6	40	81	7525	22	1	75	114	1249	4	6	70	185	7807	22	3	
6	307	12562	42	0	41	192	7444	21	6	76	120	1135	4	3	70	185	7622	21	10	
7	240	12255	42	3	42	128	7252	20	11	77	147	1015	4	1	70	185	7437	21	4	
8	154	12015	41	6	43	116	7124	20	4	78	61	868	3	11	70	185	7252	20	10	
9	114	11861	40	10	44	307	7008	19	9	79	245	807	3	9	70	185	7071	20	5	
10	81	11747	40	2	45	140	6701	19	3	80	56	562	3	7	70	185	6894	19	11	
11	100	11666	39	6	46	112	6561	18	9	81	86	506	3	5	70	185	6721	19	6	
12	73	11566	38	9	47	158	6449	18	2	82	72	420	3	3	70	185	6552	18	11	
13	73	11493	38	1	48	94	6291	17	8	83	57	348	3	2	70	185	6387	18	4	
14	90	11420	37	5	49	380	6197	17	2	84	60	291	3	1	70	185	6220	17	10	
15	97	11330	36	9	50	79	5817	16	7	85	39	231	3	0	70	185	5897	16	9	
16	104	11233	36	0	51	152	5738	16	0	86	33	192			70	185	5740	16	3	
17	115	11129	35	4	52	101	5586	15	6	87	43	159			70	185	5586	15	8	
18	105	11014	34	8	53	110	5485	15	0	88	13	116			70	185	5436	15	1	
19	141	10909	34	0	54	280	5375	14	6	89	32	103			70	185	5286	14	6	
20	193	10768	33	5	55	130	5095	14	0	90	8	71			70	185	5136	13	11	
21	161	10675	32	11	56	129	4965	13	5	91	16	63			70	185	5095	14	0	
22	134	10514	32	4	57	182	4836	12	10	92	7	47			70	185	4986	13	3	
23	121	10380	31	10	58	90	4654	12	3	93	7	40			70	185	4624	12	3	
24	199	10259	33	3	59	534	4564	11	8	94	10	33			70	185	4411	11	10	
25	134	10060	30	9	60	81	4030	11	1	95	5	23			70	185	4198	11	5	
26	135	9926	30	2	61	177	3949	10	6	96	2	18			70	185	3985	11	0	
27	151	9791	29	7	62	161	3772	10	0	97	8	16			70	185	3772	10	7	
28	96	9640	29	0	63	161	3611	9	6	98	1	8			70	185	3554	10	2	
29	237	9544	28	6	64	222	3450	9	0	99	5	7			70	185	3339	9	10	
30	82	9307	28	0	65	216	3228	8	6	100	2	2			70	185	3127	9	5	
31	180	9225	27	6	66	142	3012	8	0	101	0				70	185	2923	9	1	
32	133	9045	26	11	67	229	2870	7	6	101	0				70	185	2721	8	8	
33	132	8912	26	3	68	97	2641	7	0	101	0				70	185	2521	8	4	
34	265	8780	25	7	69	381	2544	6	7	101	0				70	185	2322	8	0	

A mesma serie precedente com algumas correccões.

Anos de idade.	Vivos.			Mortos.			Anos de idade.			Vivos.			Mortos.			Anos de idade.			
	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.	Vivos.	anos.	Mortos.			
0	6454	23994	8	0	35	187	8515	25	0	70	108	2163	6	2	70	179	2134	7	8
1	2378	17540	33	0	36	152	8328	24	5	71	271	2055	5	8	70	174	8524	24	3
2	985	15162	38	0	37	160	8176	23	10	72	109	1784	5	4	70	171	1955	7	4
3	700	14177	40	0	38	87	8016	23	3	73	168	1675	5	0	70	173	154	1630	6
4	509	13477	41	0	39	404	7929	22	8	74	258	1507	4	9	70	185	7807	22	3
5	406	12968	41	6	40	81	7525	22	1	75	114</								

ATABOTA XV.

Valores da Pensão Vitalicia 100. libras posta em huma só vida, correspondentes a diversas idades, para as quaes forão calculados supondo as series Necrologicas da Taboa XIV. e o juro a 5. por 100.

Supondo a serie Necrologica publicada por M. de Buffon.

Annos de idade.	Valores corresp.	Annos de idade.	Valores corresp.
1 924lb.	45 1105lb.	1 46 1089	
2 1361	47 1072	2 48 1054	
3 1425	48 1035	3 49 1015	
4 1471	50 994	5 51 971	
5 1503	51 946	6 52 920	
6 1528	53 893	7 54 864	
7 1543	55 834	8 56 814	
8 1552	57 793	9 58 773	
9 1548	59 752	10 60 731	
10 1540	61 712	11 62 702	
11 1531	63 692	12 64 673	
12 1520	65 652	13 66 632	
13 1508	66 612	14 67 594	
14 1496	68 574	15 69 553	
15 1482	70 532	16 71 532	
16 1468	71 506	17 72 506	
17 1453	72 482	18 73 482	
18 1440	73 459	19 74 459	
19 1427	74 439	20 75 439	
21 1403	75 423	22 76 423	
22 1392	76 412	23 77 412	
23 1382	77 407	24 78 407	
25 1359	79 40+	26 80 40+	
26 1347	80 40+	27 81 40+	
27 1335	82 40+	28 83 40+	
28 1322	84 40+	29 85 40+	
29 1309	86 40+	30 87 40+	
30 1296	88 40+	31 89 40+	
31 1282	90 40+	32 91 40+	
32 1268	92 40+	33 93 40+	
33 1256	94 40+	34 95 40+	
34 1244	96 40+	35 97 40+	
35 1232	98 40+	36 99 40+	
36 1220	100 40+	37 101 40+	
37 1207	102 40+	38 103 40+	
38 1195	104 40+	39 105 40+	
39 1183	106 40+	40 107 40+	
40 1172	108 40+	41 109 40+	
41 1160	110 40+	42 111 40+	
42 1147	112 40+	43 113 40+	
43 1134	114 40+	44 115 40+	

Supondo a serie Necrologica de M. de Parcieux.

Annos de idade.	Valores corresp.	Annos de idade.	Valores corresp.
1 924lb.	45 1105lb.	1 46 1089	
2 1361	47 1072	2 48 1054	
3 1425	49 1035	4 50 1015	
4 1471	51 994	5 52 971	
5 1503	53 946	6 54 920	
6 1528	55 893	7 56 864	
7 1543	57 834	8 58 814	
8 1552	59 793	9 60 773	
9 1548	61 752	10 62 731	
10 1540	63 712	11 64 702	
11 1531	65 692	12 66 673	
12 1520	66 652	13 67 632	
13 1508	68 612	14 69 594	
14 1496	70 574	15 71 553	
15 1482	71 532	16 72 532	
16 1468	72 506	17 73 506	
17 1453	73 482	18 74 482	
18 1440	74 459	19 75 459	
19 1427	75 439	20 76 439	
21 1403	76 423	22 77 423	
22 1392	77 412	23 78 412	
23 1382	78 407	24 79 407	
25 1359	80 40+	26 81 40+	
26 1347	82 40+	27 83 40+	
27 1335	84 40+	28 85 40+	
28 1322	86 40+	29 87 40+	
29 1309	88 40+	30 89 40+	
30 1296	90 40+	31 91 40+	
31 1282	92 40+	32 93 40+	
32 1268	94 40+	33 95 40+	
33 1256	96 40+	34 97 40+	
34 1244	98 40+	35 99 40+	
35 1232	100 40+	36 101 40+	
36 1220	102 40+	37 103 40+	
37 1207	104 40+	38 105 40+	
38 1195	106 40+	39 107 40+	
39 1183	108 40+	40 109 40+	
40 1172	110 40+	41 111 40+	
41 1160	112 40+	42 113 40+	
42 1147	114 40+	43 115 40+	
43 1134	116 40+	44 117 40+	

TABOA XVI.

Desconto, que annualmente se deve fazer em 100. libras de Pensão sobre huma vida, quando o Imposto Real be de 11. libras por cada 100. libras de renda, conforme as diversas idades dos Pensionados ao tempo da Imposição do tributo.

Supondo o juro a 5. por 100.

Annos de idade.	Descontos.	Annos de idade.	Descontos.
1 8	1 12	2 13	2 15
3 14	3 17	4 18	4 20
5 19	5 22	6 24	6 26
7 21	7 24	8 26	8 28
9 23	9 26	10 28	10 30
11 25	11 28	12 30	12 32
13 27	13 30	14 32	14 34
15 29	15 31	16 33	16 35
17 31	17 33	18 35	18 37
19 33	19 35	20 37	20 39
21 35	21 37	22 39	22 41
23 37	23 39	24 41	24 43
25 39	25 41	26 43	26 45
27 41	27 43	28 45	28 47
29 43	29 45	30 47	30 49
31 45	31 47	32 49	32 51
33 47	33 49	34 51	34 53
35 49	35 51	36 53	36 55
37 51	37 53	38 55	38 57
39 53	39 55	40 57	40 59

Supondo o juro a 6. por 100.

Annos de idade.	Descontos.	Annos de idade.	Descontos.
1 8	1 12	2 13	2 15
3 14	3 17	4 18	4 20
5 19	5 22	6 24	6 26
7 21	7 24	8 26	8 28
9 23	9 26	10 28	10 30
11 25	11 28	12 30	12 32
13 27	13 30	14 32	14 34
15 29	15 31	16 33	16 35
17 31	17 33	18 35	18 37
19 33	19 35	20 37	20 39
21 35	21 37	22 39	22 41
23 37	23 39	24 41	24 43
25 39	25 41	26 43	26 45
27 41	27 43	28 45	28 47
29 43	29 45	30 47	30 49
31 45	31 47	32 49	32 51
33 47	33 49	34 51	34 53
35 49	35 51	36 53	36 55
37 51	37 53	38 55	38 57
39 53	39 55	40 57	40 59

T A B O A XVII.

Destinada a facilitar a intelligencia da Segunda Parte desta Obra.

Idades das 3. peffas.			Pensões correspond.			Differenç.			Idades das 3. peffas.			Pensões correspond.			Differenç.			Idades das 2. peffas.			Pensões correspond.			Differenç.						
an.	an.	an.	lb.	f.	d.	f.	d.	an.	an.	an.	lb.	f.	d.	f.	d.	an.	an.	an.	lb.	f.	d.	f.	d.							
45	45	0	6	3	0	6	7	45	45	5	5	16	5	0	4	45	45	10	5	10	10	0	9	45	45	15	5	15	15	1
45	45	5	5	16	5	6	7	45	45	10	5	16	9	1	6	45	45	15	5	15	15	1	2	45	45	20	5	20	20	1
45	45	10	5	16	9	0	4	45	45	15	5	18	3	1	3	45	45	20	5	20	25	1	4	45	45	25	5	25	25	1
45	45	15	5	18	3	1	3	45	45	20	5	19	6	1	10	45	45	25	5	25	25	0	11	45	45	30	5	30	30	0
45	45	20	5	19	6	1	10	45	45	25	5	19	6	1	10	45	45	30	5	30	30	1	1	45	45	35	5	30	35	1
45	45	25	6	1	4	1	8	45	45	30	6	3	0	1	10	45	45	35	5	35	35	1	1	45	45	40	5	40	40	1
45	45	30	6	3	0	1	10	45	45	35	6	4	10	1	9	45	45	40	5	40	40	1	10	45	45	45	5	45	45	1
45	45	35	6	4	10	1	9	45	45	40	6	6	7	1	5	45	45	45	5	45	45	5	18	45	45	50	5	50	50	1
45	45	40	6	6	7	1	5	45	45	45	6	8	0	1	3	45	45	50	5	50	50	5	18	45	45	55	5	55	55	1
45	45	45	6	8	0	1	3	45	45	50	6	9	3	1	4	45	45	55	5	55	55	5	19	45	45	60	6	60	60	1
45	45	50	6	9	3	1	4	45	45	55	6	10	7	1	4	45	45	65	6	65	65	6	21	45	45	70	6	70	70	1
45	45	55	6	10	7	1	3	45	45	60	6	11	10	1	2	45	45	65	6	65	65	6	21	45	45	75	6	75	75	1
45	45	60	6	11	10	1	2	45	45	65	6	13	0	1	1	45	45	70	7	70	70	6	44	45	70	7	70	70	1	
45	45	65	6	13	0	1	1	45	45	70	6	14	1	1	1	45	45	75	6	75	75	6	58	45	80	8	80	80	1	
45	45	70	6	14	1	1	1	45	45	75	6	15	2	0	10	45	45	80	6	80	80	6	68	45	85	8	85	85	1	
45	45	75	6	15	2	0	10	45	45	80	6	16	0	1	10	45	45	85	6	90	90	6	87	45	90	6	95	6	87	1
45	45	80	6	16	0	1	10	45	45	85	6	17	1	1	1	45	45	90	6	95	95	6	87	45	95	6	95	6	87	1
45	45	85				1	1	45	45	95	6	17	1			45	95	8	6	9										
45	45	90				1	1	45	45	95	6	17	1			45	95	8	6	9										
45	45	95	6	17	1																									
Idades das 3. peffas.			Pensões correspond.			Differenç.			Idades das 3. peffas.			Pensões correspond.			Differenç.			Idades das 2. peffas.			Pensões correspond.			Differenç.						
an.	an.	an.	lb.	f.	d.	f.	d.	an.	an.	an.	lb.	f.	d.	f.	d.	an.	an.	an.	lb.	f.	d.	f.	d.							
30	40	40	6	0	1	1	3	30	40	50	6	1	4	1	3	30	40	60	6	6	6	1	6	30	50	50	6	60	60	1
30	40	50	6	1	4	1	3	30	40	60	6	2	7	1	1	30	40	70	6	11	11	1	10	30	50	60	6	70	70	1
30	40	60	6	2	7	1	1	30	40	70	6	3	8	0	10	30	40	80	7	0	10	3	9	30	50	60	6	80	80	1
30	40	70	6	3	8	0	10	30	40	80	6	4	6	0	10	30	40	90	6	5	10	3	10	30	50	60	6	90	90	1
30	40	80	6	4	6	0	10	30	40	90	6	5	2	0	8	30	40	95	7	3	11	3	11	30	50	60	6	95	95	1
30	40	90	6	5	2	0	8	30	40	95	6	5	2	0	8	30	40	95	7	3	11	3	11	30	50	60	6	95	95	1

T A B O A I.

Append. I.

Actual valor do Capital, que no fim de hum certo numero de annos não maior que 100, deve ser igual a 1, suppondo-o posto a juro e juro de juro, a razão de 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, 6, 7, 8, 9, e 10 por 100.

Ann.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	Ann.	5	6	7	8	9	10
1	.980392	.975609	.970874	.966184	.961538	.956938	1	.952381	.943396	.934079	.925925	.917431	.909090
2	.961168	.951814	.942596	.933511	.924556	.915730	2	.907029	.889996	.873438	.857338	.841679	.826446
3	.942322	.928599	.915142	.901943	.888996	.876297	3	.863838	.839619	.816297	.793832	.772183	.751314
4	.923845	.905950	.888487	.871442	.854804	.838561	4	.822702	.792094	.762895	.735029	.708425	.683013
5	.905730	.883854	.862609	.841973	.821927	.802451	5	.783526	.747258	.712986	.680583	.649931	.620921
6	.887971	.862296	.837484	.813501	.790315	.767896	6	.746215	.704961	.666342	.630169	.596267	.564473
7	.870560	.841265	.813092	.785991	.759918	.734828	7	.710581	.665057	.622749	.583490	.547034	.513158
8	.853490	.820746	.789409	.759412	.730690	.703185	8	.676839	.627412	.582009	.540268	.501866	.466507
9	.836755	.800728	.766417	.733731	.702587	.672904	9	.644609	.591898	.543933	.500248	.460427	.424097
10	.820348	.781198	.744094	.708919	.675564	.643928	10	.613913	.558395	.508349	.463193	.422410	.385543
11	.804263	.762144	.722421	.684946	.649581	.616199	11	.584679	.526788	.475092	.428882	.387532	.350493
12	.788493	.743555	.701380	.661783	.624597	.589664	12	.556837	.496969	.444011	.397113	.355534	.318630
13	.773032	.725420	.680951	.639404	.600574	.564272	13	.530321	.468339	.414964	.367697	.326178	.280664
14	.757875	.707727	.661118	.617782	.577475	.539973	14	.50568	.442301	.387817	.340461	.299246	.263331
15	.743014	.690465	.641862	.596891	.555265	.516720	15	.481017	.417265	.362446	.315241	.274538	.239392
16	.728445	.673624	.623167	.576706	.533908	.494469	16	.458112	.393646	.338734	.291890	.251869	.217629
17	.714162	.657195	.605016	.557204	.513373	.473176	17	.436297	.371364	.316574	.270268	.231073	.197844
18	.700159	.641165	.587395	.538361	.493628	.452800	18	.415521	.350344	.295863	.250249	.211993	.179858
19	.686430	.625527	.570286	.520156	.474642	.433302	19	.395734	.339513	.276508	.231712	.194489	.163508
20	.672971	.610270	.553676	.502566	.456387	.414643	20	.376889	.311805	.258419	.214548	.178430	.148643
21	.659775	.595386	.537549	.485571	.438834	.396787	21	.358942	.294155	.241513	.198655	.163698	.135130
22	.646839	.580864	.521893	.469151	.421955	.379701	22	.341850	.277505	.225713	.183940	.150181	.122845
23	.634155	.566697	.506692	.453286	.405726	.363350	23	.325571	.261797	.210946	.170315	.137781	.111678
24	.621721	.552875	.491934	.437957	.390121	.347703	24	.310068	.246979	.197146	.157699	.126404	.101525
25	.609530	.539390	.477606	.423147	.375117	.332731	25	.295303	.232999	.184249	.146017	.115967	.092296
26	.597579	.526234	.463695	.408838	.360689	.318402	26	.281241	.219810	.172195	.135201	.106392	.083905
27	.585862	.513399	.450189	.395012	.346817	.304691	27	.267848	.207368	.160930	.125186	.097607	.076277
28	.574374	.500877	.437077	.381654	.333477	.291571	28	.255094	.195630	.150402	.115913	.089548	.069343
29	.563112	.488661	.424346	.368748	.320651	.279015	29	.242946	.184557	.140562	.107327	.082154	.063039
30	.552070	.476742	.411987	.356278	.308319	.267000	30	.231377	.174110	.131367	.099377	.075371	.057308
31	.541245	.465114	.399987	.344230	.296460	.255502	31	.220359	.164255	.122773	.092016	.069147	.052098
32	.530633	.453770	.388337	.332590	.285058	.244500	32	.209866	.154957	.114741	.085200	.063438	.047362
33	.520228	.442702	.377026	.321343	.274094	.233971	33	.199873	.146186	.107234	.078888	.058200	.043050
34	.510028	.431905	.366045	.310476	.263552	.223896	34	.190355	.137912	.100219	.073045	.053394	.039142
35	.500027	.421371	.355383	.299977	.253415	.214254	35	.181290	.130105	.093662	.067634	.048986	.035584
36	.490223	.411093	.345032	.289833	.243669	.205028	36	.172657	.122741	.097535	.062624	.044941	.032349
37	.480510	.401067	.334983	.28032	.234297	.196199	37	.164436	.115793	.081808	.057985	.041230	.029408
38	.471187	.391284	.325226	.270562	.225285	.187750	38	.156605	.109239	.076456	.053690	.037826	.026734
39	.461948	.381741	.315754	.261413	.216621	.179665	39	.149148	.103056	.071455	.049713	.034702	.024304
40	.452890	.372430	.306557	.252572	.208289	.171929	40	.142046	.097222	.066780	.046030	.031837	.022094
41	.444010	.363346	.297628	.244031	.200278	.164525	41	.135282	.091719	.062411	.042621	.029208	.020086
42	.435304	.354484	.288959	.235779	.192375	.157440	42	.128840	.086527	.058328	.039464	.026797	.018260
43	.426768	.345838	.280543	.227806	.185168	.150663	43	.122704	.081630	.054512	.036540	.024584	.016600
44	.418400	.337403	.272372	.220102	.178046	.144173	44	.116864	.077009	.050946	.033834	.022554	.015091
45	.410196	.329174	.264439	.212659	.171198	.137964	45	.111297	.072650	.047613	.031327	.020692	.013719
46	.402153	.321145	.256737	.205468	.164614	.132023	46	.105997	.068538	.044498	.029007	.018983	.012472
47	.394268	.313312	.249259	.198520	.158283	.126338	47	.100949	.064658	.041587	.026358	.017416	.011338
48	.386537	.305671	.241999	.191806	.1								

Continuação da TABOA I.

Append. 2.

Ann.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	Ann.	5	6	7	8	9	10
51	.364243	.283846	.221463	.172998	.135301	.105942	51	.083051	.051215	.031726	.019741	.012338	.007744
52	.357101	.276922	.215013	.167148	.130097	.101380	52	.079096	.048316	.029651	.018279	.011319	.007040
53	.350099	.270168	.208750	.161496	.125093	.097014	53	.075330	.045582	.027711	.016925	.010384	.006400
54	.343234	.263579	.202670	.150355	.120282	.092837	54	.071743	.043001	.025898	.015671	.009527	.005818
55	.336504	.257150	.196767	.157558	.115656	.088339	55	.068326	.040567	.024204	.014510	.008740	.005289
56	.329906	.250878	.191036	.145660	.111207	.085013	56	.065073	.038271	.022620	.013435	.008018	.004808
57	.323437	.244759	.185472	.140734	.106930	.081353	57	.061974	.036105	.021140	.012440	.007356	.004371
58	.317095	.238789	.180070	.135975	.102817	.07849	58	.059023	.034061	.019757	.011519	.006749	.003973
59	.310877	.232965	.174825	.131377	.098963	.074497	59	.056212	.032133	.018465	.010665	.006192	.003612
60	.304782	.227283	.169733	.126934	.095060	.071289	60	.053536	.030310	.017257	.009875	.005680	.003284
61	.298806	.221740	.164789	.122642	.091404	.068219	61	.050986	.028598	.016128	.009144	.005211	.002985
62	.292947	.216331	.159990	.118495	.087889	.065281	62	.048558	.026089	.015073	.008466	.004781	.002714
63	.287203	.211055	.155330	.114487	.084508	.062470	63	.046246	.025453	.014087	.007839	.004386	.002467
64	.281571	.205907	.150806	.110616	.081258	.059780	64	.044044	.024012	.013165	.007259	.004024	.002243
65	.276050	.200885	.146413	.106875	.078133	.057206	65	.041946	.022653	.012304	.006721	.003692	.002039
66	.270637	.195985	.142149	.103261	.075128	.054742	66	.039949	.021370	.011499	.006223	.003387	.001853
67	.265331	.191205	.138009	.099769	.072238	.052385	67	.038047	.020161	.010746	.005762	.003107	.001685
68	.260128	.186542	.133989	.096395	.069460	.050129	68	.036235	.019020	.010043	.005335	.002851	.001532
69	.255028	.181992	.130086	.093136	.066788	.047971	69	.034509	.017943	.009386	.004940	.002615	.001392
70	.250027	.177553	.126297	.089986	.064219	.045905	70	.032866	.016927	.008772	.004574	.002399	.001266
71	.245125	.173223	.122019	.086943	.061749	.043928	71	.031301	.015969	.008198	.004235	.002201	.001151
72	.240318	.168998	.119047	.084003	.059374	.042037	72	.029811	.015065	.007662	.003921	.002019	.001046
73	.235606	.164876	.115580	.081162	.057091	.040226	73	.028391	.014212	.007161	.003631	.001852	.000951
74	.230986	.160854	.112214	.078418	.054895	.038494	74	.027039	.013408	.006692	.003362	.001699	.000864
75	.226457	.156931	.108945	.075766	.052784	.036836	75	.025752	.012649	.006254	.003113	.001559	.000786
76	.222017	.153103	.105772	.073204	.050754	.035250	76	.024525	.011933	.005845	.002882	.001430	.000714
77	.217664	.149369	.102691	.070728	.048801	.033732	77	.023357	.011258	.005463	.002669	.001312	.000649
78	.213396	.145726	.099700	.068336	.046924	.032280	78	.022245	.010620	.005105	.002471	.001204	.000590
79	.209211	.142172	.096796	.066026	.045120	.032890	79	.021186	.010019	.004771	.002288	.001104	.000537
80	.205109	.138704	.093977	.063793	.043384	.029559	80	.020177	.009452	.004459	.002118	.001013	.000488
81	.201087	.135321	.091240	.061636	.041716	.028287	81	.019216	.008917	.004167	.001961	.000929	.000443
82	.197145	.132021	.088582	.059551	.040111	.027068	82	.018301	.008412	.003895	.001816	.000853	.000403
83	.193279	.128800	.086002	.057538	.038569	.025903	83	.017430	.007936	.003640	.001682	.000782	.000366
84	.189489	.125659	.083497	.055592	.037085	.024787	84	.016600	.007487	.003402	.001557	.000718	.000333
85	.185774	.122594	.081065	.053712	.035659	.023720	85	.015809	.007063	.003179	.001442	.000658	.000303
86	.182131	.119604	.078704	.051896	.034287	.022699	86	.015056	.006663	.002971	.001335	.000604	.000275
87	.178560	.116687	.076412	.050141	.032968	.021721	87	.014339	.006286	.002777	.001236	.000554	.000250
88	.175059	.113841	.074186	.048445	.031700	.020786	88	.013657	.005930	.002595	.001144	.000508	.000227
89	.171626	.111064	.072027	.046807	.030481	.019891	89	.013006	.005595	.002425	.001059	.000466	.000207
90	.168261	.108355	.069928	.045224	.029309	.019034	90	.012387	.005278	.002267	.000981	.000428	.000188
91	.164962	.105712	.067891	.043695	.028182	.018215	91	.011797	.004979	.002118	.000508	.000392	.000171
92	.161727	.103134	.065914	.042217	.027098	.017430	92	.011235	.004697	.001980	.000841	.000360	.000155
93	.158556	.100619	.063994	.040789	.026055	.016680	93	.010700	.004432	.001850	.000779	.000330	.000141
94	.155447	.098165	.062130	.039410	.025053	.015961	94	.010191	.004181	.001729	.000721	.000303	.000128
95	.152399	.095770	.060320	.038077	.024090	.015274	95	.009705	.003944	.001616	.000667	.000278	.000116
96	.149411	.093434	.058563	.036790	.023163	.014616	96	.009243	.003721	.001510	.000618	.000255	.000106
97	.146481	.091155	.056858	.035546	.022272	.013987	97	.008803	.003510	.001411	.000572	.000234	.000096
98	.143609	.088932	.055202	.034344	.021416	.013385	98	.008384	.003312	.001319	.000530	.000214</td	

T A B O A II.

Append. 3.

*Que mostra quanto deve receber-se pelo Capital 1. no fim de hum certo numero de annos não maior que 100, quando este Capital se põe a vencer juro composto, a razão de 2,
 $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. por 100.*

Ann.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	Ann.	5	6	7	8	9	10
1	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000	1	1.05000	1.06000	1.07000	1.08000	1.09000	1.10000
2	1.04040	1.05062	1.06090	1.07125	1.08160	2	1.10250	1.12360	1.14490	1.16640	1.18810	1.21000
3	1.06120	1.07689	1.09272	1.10871	1.124864	3	1.157625	1.191016	1.22504	1.25971	1.29502	1.33100
4	1.08243	1.10381	1.125508	1.147523	1.169858	4	1.215506	1.262476	1.31079	1.36048	1.41158	1.46410
5	1.10408	1.13140	1.159274	1.187686	1.216652	5	1.276281	1.338225	1.40255	1.46932	1.53862	1.61051
6	1.12616	1.15969	1.194052	1.229255	1.265319	6	1.340095	1.418519	1.50073	1.58687	1.67710	1.77156
7	1.14868	1.18868	1.229873	1.272279	1.315931	7	1.407100	1.503630	1.60578	1.71382	1.82803	1.94871
8	1.17165	1.21840	1.266770	1.316809	1.368569	8	1.477455	1.593848	1.71818	1.85093	1.99256	2.14358
9	1.19509	1.24886	1.304773	1.362897	1.423311	9	1.551328	1.689478	1.83845	1.99900	2.17189	2.35794
10	1.21899	1.28008	1.343916	1.410598	1.480244	10	1.628894	1.750847	1.96715	2.15892	2.36736	2.59374
11	1.24337	1.31208	1.384233	1.459969	1.539454	11	1.710339	1.898298	2.10485	2.33163	2.58042	2.85311
12	1.26824	1.34488	1.425760	1.511068	1.601032	12	1.795856	2.012196	2.25219	2.51817	2.81266	3.13842
13	1.29360	1.37851	1.468533	1.563956	1.665073	13	1.885649	2.132928	2.40984	2.71962	3.06580	3.45227
14	1.31947	1.41297	1.512589	1.618694	1.731676	14	1.979931	2.200903	2.57853	2.93719	3.34172	3.79749
15	1.34586	1.44829	1.557967	1.675348	1.800943	15	2.078928	2.396558	2.75903	3.17216	3.64248	4.17724
16	1.37278	1.48450	1.604706	1.733986	1.872981	16	2.182874	2.540351	2.95216	3.42594	3.97030	4.59497
17	1.4024	1.52161	1.652847	1.794675	1.947900	17	2.292018	2.692772	3.15881	3.70001	4.32763	5.05447
18	1.42824	1.55965	1.702433	1.857489	2.025816	18	2.406619	2.854339	3.37993	3.99601	4.71712	5.55991
19	1.45681	1.59865	1.753506	1.922501	2.106849	19	2.526950	3.025599	3.61652	4.31570	5.14166	6.11590
20	1.48594	1.63861	1.806111	1.989788	2.191123	20	2.653297	3.207135	3.86968	4.66095	5.60441	6.72749
21	1.51566	1.67958	1.860294	2.059431	2.278768	21	2.785962	3.399563	4.14056	5.03383	6.10880	7.40024
22	1.54597	1.72157	1.916103	2.131511	2.369918	22	2.925260	3.603537	4.43040	5.43654	6.65860	8.14027
23	1.57689	1.76461	1.973586	2.206114	2.464715	23	3.071523	3.819749	4.74052	5.87146	7.25787	8.95436
24	1.60843	1.80872	2.032794	2.283328	2.563304	24	3.225099	4.048934	5.07236	6.34118	7.91108	9.84973
25	1.64060	1.85394	2.093777	2.363244	2.665836	25	3.386354	4.291870	5.42743	6.84847	8.62308	10.8347
26	1.67341	1.90029	2.156591	2.445958	2.772469	26	3.555672	4.549382	5.80735	7.39635	9.39915	11.9181
27	1.70688	1.94780	2.221289	2.531567	2.883368	27	3.733456	4.822345	6.21386	7.98806	10.2450	13.1099
28	1.74102	1.99649	2.287927	2.620171	2.998703	28	3.920129	5.111686	6.64883	8.62710	11.1671	14.4209
29	1.77584	2.04640	2.356565	2.711877	3.118651	29	4.116135	5.418387	7.11425	9.31727	12.1721	15.8630
30	1.81136	2.09756	2.427262	2.806793	3.243397	30	4.321942	5.743491	7.61225	10.0626	13.2676	17.4494
31	1.84758	2.15000	2.500080	2.905031	3.373133	31	4.538039	6.088100	8.14511	10.8676	14.4617	19.1943
32	1.88454	2.20375	2.575082	3.006707	3.508058	32	4.764941	6.453386	8.71527	11.7370	15.7633	21.1137
33	1.92223	2.25885	2.652335	3.111942	3.648381	33	5.003188	6.840589	9.32533	12.6760	17.1820	23.2251
34	1.96067	2.31532	2.731905	3.220860	3.794316	34	5.253347	7.251025	9.57811	13.6901	18.7284	25.5476
35	1.99988	2.37320	2.813862	3.333590	3.946088	35	5.516015	7.686086	10.6765	14.7853	20.4139	28.1024
36	2.03988	2.43253	2.898278	3.450266	4.103932	36	5.791816	8.147252	11.4239	15.5681	22.2512	30.9126
37	2.08068	2.49334	2.985226	3.571025	4.268089	37	6.081406	8.636087	12.2236	17.2456	24.2538	34.0039
38	2.12229	2.55568	3.074783	3.696011	4.438813	38	6.385477	9.154252	13.0792	18.6252	26.4366	37.4043
39	2.16474	2.61957	3.167026	3.825371	4.616365	39	6.704751	9.703507	13.9948	20.1152	28.8159	41.1447
40	2.20803	2.68506	3.262037	3.959259	4.801020	40	7.039988	10.285717	14.9744	21.7245	31.4094	45.2592
41	2.25220	2.75219	3.359808	4.097833	4.993061	41	7.391988	10.502861	16.0226	23.4624	34.2362	49.7851
42	2.29724	2.82099	3.460695	4.241257	5.192783	42	7.761587	11.557032	17.1442	25.3394	37.3175	54.7636
43	2.34318	2.89152	3.564516	4.389702	5.400495	43	8.149666	12.250454	18.3443	27.3666	40.6761	60.2400
44	2.39005	2.96380	3.671452	4.543341	5.616515	44	8.557150	12.985481	19.6284	29.5559	44.3369	66.2640
45	2.43785	3.03790	3.781595	4.702358	5.841175	45	8.985007	13.764610	21.0024	31.9204	48.3272	72.8904
46	2.48661	3.11385	3.895043	4.866941	6.074822	46	9.434258	14.590487				

Continuação da TABOA II.

Append. 4.

Ann.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	Ann.	5	6	7	8	9	10
51	2.74541	3.52303	4.515423	5.780399	7.390950	51	12.040769	19.525363	31.5190	50.6537	81.0496	129.129
52	2.80032	3.61111	4.650885	5.982713	7.686588	52	12.642808	20.696885	33.7253	54.7060	88.3441	142.042
53	2.85633	3.70139	4.790412	6.192108	7.994052	53	13.274948	21.938698	36.0861	59.0825	96.2951	156.247
54	2.91346	3.79392	4.934124	6.408832	8.313814	54	13.938696	23.255020	38.6121	63.8091	104.961	171.871
55	2.97173	3.88877	5.082148	6.633141	8.646366	55	14.635630	24.650321	41.3150	68.9138	114.408	189.059
56	3.03116	3.98599	5.234613	6.865301	8.992221	56	15.367412	26.129340	44.2070	74.4269	124.705	207.965
57	3.09178	4.08564	5.391651	7.105586	9.351910	57	16.135783	27.697101	47.3015	80.3811	135.928	228.761
58	3.15362	4.18778	5.553400	7.354282	9.725986	58	16.942572	29.358927	50.6126	86.8116	148.162	251.637
59	3.21669	4.29247	5.720003	7.611682	10.115026	59	17.789700	31.120463	54.1555	93.7565	161.496	276.801
60	3.28103	4.39978	5.891603	7.878090	10.519627	60	18.679185	32.987690	57.9464	101.257	176.031	304.481
61	3.34665	4.50978	6.068351	8.153824	10.940412	61	19.613145	34.966952	62.0026	109.357	191.874	334.929
62	3.41358	4.62252	6.250401	8.439207	11.378029	62	20.593802	37.064969	66.3428	118.106	209.142	368.422
63	3.48185	4.73809	6.437913	8.734580	11.833150	63	21.623492	39.288667	70.9868	127.554	227.965	405.265
64	3.55149	4.85654	6.631051	9.040290	12.306476	64	22.704667	41.646199	75.9559	137.759	248.482	445.791
65	3.62252	4.97795	6.829982	9.356700	12.798735	65	23.839900	44.144971	81.2728	148.779	270.845	490.370
66	3.69497	5.10240	7.034882	9.684185	13.310684	66	25.031895	46.793669	86.9619	160.682	295.222	539.407
67	3.76887	5.22996	7.245928	10.023131	13.843112	67	26.283490	49.601290	93.0492	173.536	321.792	593.348
68	3.84425	5.36071	7.463306	10.373941	14.396836	68	27.597664	52.577367	99.5627	187.419	350.753	652.683
69	3.92113	5.49473	7.687205	10.737029	14.972709	69	28.977548	55.732009	106.532	202.413	382.321	717.951
70	3.99955	5.63210	7.917821	11.112825	15.571618	70	30.426425	59.075930	113.989	218.606	416.730	789.746
71	4.07954	5.77290	8.155356	11.501774	16.194483	71	31.947746	62.620485	121.968	236.094	454.235	868.721
72	4.16114	5.91722	8.400017	11.904336	16.842262	72	33.545134	66.377715	130.506	254.982	495.117	955.593
73	4.24436	6.06515	8.652017	12.320988	17.515952	73	35.222390	70.360378	139.641	275.381	539.677	1051.15
74	4.32925	6.21678	8.911578	12.752222	18.216591	74	36.983510	74.582000	149.416	297.411	588.248	1156.26
75	4.41583	6.37220	9.178925	13.198550	18.945254	75	38.832685	79.056920	159.876	321.204	641.190	1271.89
76	4.50415	6.53151	9.454293	13.660499	19.703064	76	40.774320	83.800336	171.067	346.900	698.898	1390.08
77	4.59423	6.69480	9.737922	14.138617	20.491187	77	42.813036	88.828356	183.042	374.652	761.798	1538.99
78	4.68611	6.86217	10.030059	14.633468	21.310834	78	44.953688	94.158057	195.854	404.625	830.360	1692.89
79	4.77984	7.03372	10.330961	15.145640	22.163268	79	47.01372	99.807541	209.564	436.995	905.093	1862.18
80	4.87543	7.20956	10.640890	15.675737	23.049799	80	49.561441	105.795993	224.234	471.954	986.551	2048.40
81	4.97294	7.38980	10.960117	16.224388	23.971791	81	52.039513	112.143753	239.930	509.711	1075.34	2253.24
82	5.07240	7.57455	11.288920	16.792241	24.930662	82	54.641488	118.872378	256.725	550.488	1172.12	2478.56
83	5.17385	7.76391	11.627588	17.379970	25.927889	83	57.373563	126.004720	274.696	594.527	1277.61	2726.42
84	5.27733	7.95801	11.976416	17.988269	26.965004	84	60.242241	133.565004	293.925	642.389	1392.59	2990.06
85	5.38287	8.15696	12.335708	18.617858	28.043604	85	63.254353	141.578904	314.500	693.456	1517.93	3298.96
86	5.49053	8.36088	12.705779	19.269483	29.165349	86	66.417071	150.073638	336.515	748.933	1654.54	3628.86
87	5.60034	8.56991	13.086953	19.943915	30.331963	87	69.737924	159.078057	360.071	808.847	1803.45	3991.75
88	5.71235	8.78415	13.479561	20.641952	31.545241	88	73.224820	168.622740	385.276	873.555	1965.76	4390.92
89	5.82660	9.00376	13.883948	21.364421	32.807051	89	76.886061	178.740104	412.245	943.439	2142.68	4830.02
90	5.94313	9.22885	14.300467	22.112175	34.119333	90	80.730365	189.464511	441.102	1018.91	2335.52	5313.02
91	6.06199	9.45957	14.729481	22.886102	35.484106	91	84.766883	200.832381	471.980	1100.42	2545.72	5844.32
92	6.18323	9.69606	15.171365	23.687115	36.903470	92	89.005227	212.882324	505.018	1188.46	2774.83	6428.75
93	6.30690	9.93846	15.626506	24.516164	38.379609	93	93.455488	225.655264	540.370	1283.53	3024.57	7071.63
94	6.43303	10.1869	16.095301	25.374230	39.914794	94	98.128263	239.194580	578.196	1386.22	3296.78	7778.79
95	6.56169	10.4416	16.578160	26.262328	41.511385	95	103.034676	253.546254	618.669	1497.12	3593.49	8556.67
96	6.69293	10.7026	17.075505	27.181510	43.171841							

Suplemento á TABOA I.

Append. 5.

Mez.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	6	7	8	9	10
1	.998351	.997944	.997540	.997137	.996737	.996339	.995942	.995156	.994378	.993607	.992845	.992089
2	.996705	.995893	.995086	.994283	.993484	.992691	.991901	.990336	.988787	.987256	.985740	.984240
3	.995061	.993846	.992637	.991436	.990242	.989056	.987876	.985339	.983228	.980945	.978686	.976454
4	.993420	.991803	.990195	.988598	.987011	.985435	.983868	.980765	.977700	.974674	.971683	.968730
5	.991782	.989764	.987759	.985768	.983791	.981827	.979876	.976014	.972203	.968443	.964730	.961066
6	.990147	.987730	.985329	.982946	.980581	.978232	.975900	.971286	.966737	.962252	.957826	.953463
7	.988515	.985699	.982905	.980132	.977381	.974650	.971940	.966581	.961301	.956090	.950972	.945920
8	.986885	.983673	.980487	.977327	.974192	.971082	.967996	.961899	.955896	.949987	.944167	.938436
9	.985258	.981651	.978075	.974529	.971013	.967526	.964069	.957240	.950522	.943913	.937411	.931012
10	.983633	.979633	.975668	.971739	.967844	.963984	.960157	.952603	.945178	.937879	.930703	.923647
11	.982011	.977619	.973268	.968888	.964686	.960454	.956261	.947988	.939864	.931884	.924043	.916340
12	.980392	.975610	.970874	.966184	.961538	.956938	.952381	.943396	.934580	.925929	.917431	.909091

Suplemento á TABOA II.

Mez.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	6	7	8	9	10
1	1.001651	1.002060	1.002466	1.002871	1.003274	1.003675	1.004074	1.004867	1.005654	1.006434	1.007207	1.007974
2	1.003306	1.004124	1.004939	1.005750	1.006558	1.007363	1.008165	1.009758	1.011340	1.012910	1.014467	1.016012
3	1.004963	1.006192	1.007417	1.008637	1.009853	1.011065	1.012272	1.014674	1.017058	1.019427	1.021778	1.024114
4	1.006623	1.008265	1.009902	1.011533	1.013159	1.014780	1.016396	1.019613	1.022809	1.025985	1.029142	1.032280
5	1.008285	1.010342	1.012392	1.014437	1.016476	1.018509	1.020537	1.024576	1.028592	1.032586	1.036559	1.040511
6	1.009950	1.012423	1.014889	1.017349	1.019804	1.022252	1.024695	1.029563	1.034408	1.039230	1.044030	1.048808
7	1.011618	1.014508	1.017392	1.020270	1.023142	1.02609	1.028870	1.034574	1.040256	1.045917	1.051555	1.057172
8	1.013289	1.016598	1.019901	1.023199	1.026492	1.029779	1.033061	1.039610	1.046138	1.052646	1.059134	1.065623
9	1.014963	1.018692	1.022417	1.026136	1.029852	1.033563	1.037270	1.044670	1.052053	1.059419	1.066768	1.074100
10	1.016639	1.020790	1.024938	1.029080	1.033224	1.037362	1.041496	1.049755	1.058002	1.066235	1.074456	1.082665
11	1.018318	1.022893	1.027466	1.032032	1.036606	1.041174	1.045739	1.054865	1.063784	1.073095	1.082200	1.091298
12	1.020000	1.025000	1.030000	1.035000	1.040000	1.045000	1.050000	1.060000	1.070000	1.080000	1.090000	1.100000

T A B O A III.

Append. 6.

Actual valor da Annuidade I, que deve receber-se durante hum certo numero de annos não maior que 100, suppondo o juro a 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10 por 100.

Ann.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	Ann.	5	6	7	8	9	10
1	.9803	.9756	.9708	.9662	.9615	1	.9523	.9433	.9345	.9259	.9174	.9090
2	1.9415	1.9274	1.9133	1.8997	1.8860	2	1.8594	1.8333	1.8080	1.7832	1.7591	1.7355
3	2.8838	2.8560	2.8286	2.8016	2.7750	3	2.7232	2.6730	2.6243	2.5770	2.5312	2.4868
4	3.8077	3.7619	3.7170	3.6731	3.6298	4	3.5459	3.4651	3.3872	3.3121	3.2397	3.1698
5	4.7134	4.6458	4.5797	4.5151	4.4518	5	4.3294	4.2123	4.1001	3.9927	3.8896	3.7907
6	5.6014	5.5081	5.4971	5.3286	5.2421	6	5.0756	4.9173	4.7665	4.6228	4.4859	4.3552
7	6.4719	6.3493	6.2302	6.1145	6.0020	7	5.7863	5.5823	5.3892	5.2063	5.0329	4.8684
8	7.3254	7.1701	7.0196	6.8740	6.7327	8	6.4632	6.2097	5.9712	5.7466	5.5348	5.3349
9	8.1622	7.9708	7.7861	7.6077	7.4353	9	7.1078	6.8016	6.5152	6.2468	5.9952	5.7590
10	8.9825	8.7520	8.5302	8.3166	8.1108	10	7.7212	7.3600	7.0235	6.7100	6.4176	6.1445
11	9.7868	9.5142	9.2526	9.0015	8.7604	11	8.3064	7.8868	7.4986	7.1380	6.8051	6.4950
12	10.575	10.257	9.9540	9.6633	9.3850	12	8.8632	8.3838	7.9426	7.5360	7.1607	6.8136
13	11.348	10.983	10.6349	10.3027	9.9856	13	9.3935	8.8526	8.3576	7.9037	7.4869	7.1033
14	12.106	11.690	11.2960	10.9205	10.5631	14	9.8986	9.2949	8.7454	8.2442	7.7861	7.3666
15	12.849	12.381	11.9379	11.5174	11.1183	15	10.3796	9.7122	9.1079	8.5594	8.0606	7.6060
16	13.577	13.055	12.5611	12.0941	11.6522	16	10.8377	10.1058	9.4466	8.8513	8.3125	7.8237
17	14.291	13.712	13.1661	12.6513	12.1656	17	11.2740	10.4772	9.7632	9.1216	8.5436	8.0215
18	14.992	14.353	13.7535	13.1897	12.6592	18	11.6895	10.8276	10.059	9.3718	8.7556	8.2014
19	15.678	14.978	14.3238	13.7098	13.1339	19	12.0853	11.1581	10.335	9.6035	8.9501	8.3649
20	16.351	15.589	14.8774	14.2124	13.5903	20	12.4622	11.4699	10.594	9.8181	9.1285	8.5135
21	17.011	16.184	15.4150	14.6980	14.0291	21	12.8211	11.7640	10.835	10.016	9.2922	8.6486
22	17.658	16.765	15.9389	15.1671	14.4511	22	13.1630	12.0415	11.061	10.200	9.4424	8.7715
23	18.292	17.332	16.4436	15.6204	14.8568	23	13.4885	12.3033	11.272	10.371	9.5802	8.8832
24	18.913	17.884	16.9355	16.0584	15.2469	24	13.7986	12.5503	11.469	10.528	9.7066	8.9847
25	19.523	18.424	17.4131	16.4815	15.6220	25	14.0939	12.7833	11.653	10.674	9.8225	9.0770
26	20.121	18.950	17.8768	16.8904	15.9827	26	14.3751	13.0031	11.825	10.809	9.9289	9.1609
27	20.706	19.464	18.3270	17.2854	16.3295	27	14.6430	13.2105	11.986	10.935	10.026	9.2372
28	21.281	19.964	18.7641	17.6670	16.6630	28	14.8981	13.4061	12.137	11.051	10.116	9.3065
29	21.844	20.453	19.1884	18.0358	16.9837	29	15.1410	13.5907	12.277	11.158	10.198	9.3696
30	22.396	20.930	19.6004	18.3920	17.2920	30	15.3724	13.7648	12.409	11.257	10.273	9.4269
31	22.937	21.395	20.0004	18.7363	17.5884	31	15.5928	13.9200	12.531	11.349	10.342	9.4790
32	23.468	21.849	20.3887	19.0689	17.8735	32	15.8026	14.0840	12.646	11.434	10.406	9.5263
33	23.988	22.291	20.7657	19.3902	18.1476	33	16.0025	14.2302	12.753	11.513	10.464	9.5694
34	24.498	22.723	21.1318	19.7007	18.4111	34	16.1929	14.3681	12.854	11.586	10.517	9.6085
35	24.998	23.145	21.4872	20.0007	18.6646	35	16.3741	14.4982	12.947	11.654	10.566	9.6441
36	25.488	23.556	21.8322	20.2905	18.9082	36	16.5468	14.6209	13.035	11.717	10.611	9.6765
37	25.969	23.957	22.1672	20.5705	19.1425	37	16.7112	14.7367	13.117	11.775	10.652	9.7059
38	26.440	24.348	22.4924	20.8411	19.3678	38	16.8678	14.8460	13.193	11.828	10.690	9.7326
39	26.902	24.730	22.8082	21.1025	19.5844	39	17.0170	14.9490	13.264	11.878	10.725	9.7569
40	27.355	25.102	23.1147	21.3551	19.7927	40	17.1590	15.0462	13.331	11.924	10.757	9.7790
41	27.799	25.466	23.4124	21.5991	19.9930	41	17.2943	15.1380	13.394	11.967	10.786	9.7991
42	28.234	25.820	23.7013	21.8349	20.1856	42	17.4232	15.2245	13.452	12.006	10.813	9.8173
43	28.661	26.166	23.9819	22.0627	20.3707	43	17.5459	15.3061	13.506	12.043	10.837	9.8339
44	29.079	26.503	24.2542	22.2828	20.5488	44	17.6627	15.3831	13.557	12.077	10.860	9.8490
45	29.490	26.833	24.5187	22.4955	20.7200	45	17.7740	15.4558	13.605	12.108	10.881	9.8628
46	29.892	27.154	24.7754	22.7009	20.8846	46	17.8800	15.5243	13.650	12.137	10.900	9.8752
47	30.286	27.467	25.0247	22.8994	21.0429	47	17.9810	15.5890	13.691	12.164	10.917	9.8866
48	30.673	27.773	25.2667	23.0912	21.1951	48	18.0771	15.6500	13.730	12.189	10.933	9.8969
49	31.052	28.071	25.5016	23.2766	21.3414	49	18.1687	15.7075	13.766	12.212	10.948	9.9062
50	31.423	28.362	25.7297	23.4556	21.4821	50	18.2559	15.7618	13.800	12.233	10.961	9.9148

Continuação da TABOA III.

Append. 7.

Ann.	2	2 $\frac{1}{2}$	3	3 $\frac{1}{2}$	4	Ann.	5	6	7	8	9	10
51	31.787	28.646	25.9512	23.6286	21.6174	51	18.3389	15.8130	13.832	12.253	10.974	9.9225
52	32.144	28.923	26.1662	23.7958	21.7475	52	18.4180	15.8613	13.862	12.271	10.985	9.9295
53	32.495	29.193	26.3749	23.9573	21.8726	53	18.4934	15.9069	13.889	12.288	10.995	9.9359
54	32.838	29.456	26.5776	24.1133	21.9929	54	18.5651	15.9499	13.915	12.304	11.005	9.9418
55	33.174	29.713	26.7744	24.2641	22.1086	55	18.6334	15.9905	13.939	12.318	11.013	9.9471
56	33.504	29.964	26.9654	24.4097	22.2198	56	18.6985	16.0288	13.962	12.332	11.022	9.9519
57	33.828	30.209	27.1509	24.5504	22.3267	57	18.7605	16.0649	13.983	12.344	11.029	9.9562
58	34.145	30.448	27.3310	24.6864	22.4295	58	18.8195	16.0989	14.003	12.356	11.036	9.9602
59	34.456	30.681	27.5058	24.8178	22.5284	59	18.8757	16.0311	14.021	12.366	11.042	9.9638
60	34.760	30.908	27.6755	24.9447	22.6234	60	18.9292	16.1614	14.039	12.376	11.047	9.9671
61	35.059	31.130	27.8403	25.0674	22.7148	61	18.9802	16.1900	14.055	12.385	11.053	9.9701
62	35.352	31.346	28.0003	25.1859	22.8027	62	19.0288	16.2170	14.070	12.394	11.057	9.9728
63	35.639	31.557	28.1556	25.3004	22.8872	63	19.0750	16.2424	14.084	12.402	11.062	9.9753
64	35.921	31.763	28.3064	25.4110	22.9685	64	19.1191	16.2664	14.097	12.409	11.066	9.9775
65	36.197	31.964	28.4528	25.5178	23.0466	65	19.1610	16.2891	14.109	12.415	11.070	9.9796
66	36.468	32.160	28.5950	25.6211	23.1218	66	19.2010	16.3104	14.121	12.422	11.073	9.9814
67	36.733	32.351	28.7330	25.7209	23.1940	67	19.2390	16.3306	14.132	12.427	11.076	9.9831
68	36.993	32.538	28.8670	25.8173	23.2635	68	19.2753	16.3496	14.142	12.433	11.079	9.9846
69	37.248	32.720	28.9971	25.9104	23.3302	69	19.3098	16.3676	14.151	12.438	11.082	9.9860
70	27.498	32.897	29.1234	26.0004	23.3945	70	19.3426	16.3845	14.160	12.442	11.084	9.9873
71	37.743	33.071	29.2460	26.0873	23.4562	71	19.3739	16.4005	14.168	12.447	11.086	9.9884
72	37.984	33.240	29.3650	26.1713	23.5156	72	19.4037	16.4155	14.176	12.450	11.088	9.9895
73	38.219	33.404	29.4806	26.2525	23.5727	73	19.4321	16.4297	14.183	12.454	11.090	9.9904
74	38.450	33.565	29.5928	26.3309	23.6276	74	19.4592	16.4431	14.190	12.457	11.092	9.9913
75	38.677	33.722	29.7018	26.4067	23.6804	75	19.4849	16.4558	14.196	12.461	11.093	9.9921
76	38.899	33.875	29.8076	26.4799	23.7311	76	19.5094	16.4677	14.202	12.463	11.095	9.9928
77	39.116	34.025	29.9102	26.5506	23.7799	77	19.5328	16.4790	14.207	12.466	11.096	9.9935
78	39.330	34.170	30.0099	26.6190	23.8268	78	19.5550	16.4896	14.212	12.469	11.097	9.9940
79	39.539	34.313	30.1067	26.6850	23.8720	79	19.5762	16.4996	14.217	12.471	11.098	9.9946
80	39.744	34.451	30.2007	26.7488	23.9153	80	19.5964	16.5091	14.222	12.473	11.099	9.9951
81	39.945	34.587	30.2920	26.8104	23.9571	81	19.6156	16.5180	14.226	12.475	11.100	9.9955
82	40.142	34.719	30.3805	26.8700	23.9972	82	19.6339	16.5264	14.230	12.477	11.101	9.9959
83	40.336	34.847	30.4665	26.9275	24.0357	83	19.6514	16.5343	14.233	12.478	11.102	9.9963
84	40.525	34.973	30.5500	26.9831	24.0728	84	19.6680	16.5418	14.237	12.480	11.103	9.9966
85	40.711	35.096	30.6311	27.0368	24.1085	85	19.6838	16.5489	14.240	12.481	11.103	9.9969
86	40.893	35.215	30.7098	27.0887	24.1428	86	19.6988	16.5556	14.243	12.483	11.104	9.9972
87	41.071	35.332	30.7862	27.1388	24.1757	87	19.7132	16.5618	14.246	12.484	11.104	9.9974
88	41.247	35.446	30.8604	27.1873	24.2074	88	19.7268	16.5678	14.248	12.485	11.105	9.9977
89	41.418	35.557	30.9324	27.2341	24.2379	89	19.7398	16.5734	14.251	12.486	11.105	9.9979
90	41.586	35.665	31.0024	27.2793	24.2672	90	19.7522	16.5786	14.253	12.487	11.106	9.9981
91	41.751	35.771	31.0703	27.3230	24.2954	91	19.7640	16.5836	14.255	12.488	11.106	9.9982
92	41.913	35.874	31.1262	27.3652	24.3225	92	19.7752	16.5883	14.257	12.489	11.107	9.9984
93	42.072	35.975	31.2002	27.4060	24.3486	93	19.7859	16.5928	14.259	12.490	11.107	9.9985
94	42.227	36.073	31.2623	27.4454	24.3736	94	19.7961	16.5969	14.261	12.490	11.107	9.9987
95	42.380	36.169	31.3226	27.4835	24.3977	95	19.8058	16.6009	14.262	12.491	11.108	9.9988
96	42.529	36.262	31.3812	27.5203	24.4209	96	19.8151	16.6046	14.264	12.492	11.108	9.9989
97	42.675	36.353	31.4380	27.5558	24.4431	97	19.8239	16.6081	14.265	12.492	11.108	9.9990
98	42.819	36.442	31.4932	27.5902	24.4646	98	19.8323	16.6114	14.266	12.493	11.108	9.9991
99	42.960	36.529	31.5468	27.6234	24.4852	99	19.8403	16.6145	14.268	12.493	11.108	9.9992
100	43.098	36.614	31.5989	27.6554	24.5050	100	19.8479	16.6175	14.269	12.494	11.109	9.9992
	50.000	40.000	33.3333	28.5714	25.0000							

TABOA IV.

Append. 8.

Importe da Annuidade 1, no fim de hum certo numero de annos não maior que 100, durante os quaes se suppõe vencer juro composto, a razão de 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. por 100.

Ann.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	Ann.	5	6	7	8	9	10
1	1.00000	1.00000	1.00000	1.000000	1.000000	1	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
2	2.02000	2.02500	2.03000	2.03500	2.04000	2	2.05000	2.06000	2.07000	2.08000	2.09000	2.10000
3	3.06040	3.07562	3.09090	3.106225	3.121600	3	3.15250	3.183600	3.21490	3.24640	3.27810	3.31000
4	4.12160	4.15251	4.183627	4.214942	4.246464	4	4.310125	4.374616	4.43994	4.50611	4.57312	4.64100
5	5.20404	5.25632	5.309135	5.362465	5.416322	5	5.525631	5.637092	5.75073	5.86660	5.98471	6.10510
6	6.30812	6.38773	6.468409	6.550152	6.632975	6	6.801912	6.975318	7.15329	7.33592	7.52333	7.71561
7	7.43428	7.54743	7.662462	7.779407	7.898294	7	8.142008	8.393837	8.65402	8.92280	9.20043	9.48717
8	8.58296	8.73611	8.892336	9.051686	9.214226	8	9.549108	9.897467	10.2598	10.6366	11.0284	11.4358
9	9.75462	9.95451	10.159106	10.368495	10.582795	9	11.026564	11.491315	11.9779	12.4875	13.0210	13.5794
10	10.9497	11.2033	11.463879	11.731393	12.06107	10	12.577892	13.180794	13.8164	14.4865	15.1929	15.9374
11	12.1687	12.4834	12.807795	13.141991	13.486351	11	14.206787	14.971642	15.7835	16.6454	17.5602	18.5311
12	13.4120	13.7955	14.192029	14.601961	15.025805	12	15.917126	16.869941	17.8884	18.9771	20.1407	21.3842
13	14.6803	15.1404	15.617790	16.113030	16.626837	13	17.712982	18.882137	20.1406	21.4952	22.9523	24.5227
14	15.9739	16.5189	17.086324	17.676986	18.291911	14	19.598631	21.015065	22.5504	24.2149	26.0191	27.9749
15	17.2934	17.9319	18.598913	19.295680	20.023587	15	21.578563	23.275969	25.1290	27.1521	29.3609	31.7724
16	18.6392	19.3802	20.156881	20.971029	21.824531	16	23.657491	25.672528	27.8880	30.3242	33.0033	35.9497
17	20.0120	20.8647	21.761587	22.705015	23.697512	17	25.840366	28.212879	30.8402	33.7502	36.9737	40.5447
18	21.4123	22.3863	23.414435	24.499691	25.645412	18	28.132384	30.905652	33.9990	37.4502	41.3013	45.5991
19	22.8405	23.9460	25.116868	26.357180	27.671229	19	30.539003	33.759991	37.3789	41.4662	46.0184	51.1590
20	24.2973	25.5446	26.870374	28.279681	29.778078	20	33.065954	36.785591	40.9954	45.7619	51.1601	57.2749
21	25.7833	27.1832	28.676485	30.269470	31.969201	21	35.719251	39.992726	44.8651	50.4229	56.7645	64.0024
22	27.2989	28.8628	30.536780	32.328902	34.247969	22	38.505214	43.392290	49.0057	55.4567	62.8733	71.4027
23	28.8449	30.5844	32.452883	34.460413	36.617888	23	41.430475	46.995827	53.4361	60.8932	69.5319	79.5430
24	30.4218	32.3490	34.426470	36.666528	39.082604	24	44.501998	50.815577	58.1766	66.7647	76.7898	88.4973
25	32.0302	34.1577	36.459264	38.949856	41.645908	25	47.727098	54.864512	63.2490	73.1059	84.7008	98.3470
26	33.6709	36.0117	38.553042	41.313101	44.311744	26	51.113453	59.156382	68.6764	79.9544	93.3239	109.181
27	35.3443	37.9120	40.709633	43.75960	47.084214	27	54.669126	63.705765	74.4838	87.3507	102.723	121.099
28	37.0512	39.8598	42.930922	46.290627	49.967582	28	58.402582	68.528111	80.6976	95.3388	112.968	134.209
29	38.7922	41.8562	45.218850	48.910799	52.966286	29	62.322711	73.639798	87.3465	103.965	124.135	148.630
30	40.5680	43.9027	47.575415	51.622677	56.084937	30	66.438847	79.058186	94.4607	113.283	136.307	164.494
31	42.3794	46.0002	50.002678	54.429470	59.328335	31	70.760789	84.801677	102.073	123.345	149.575	181.943
32	44.2270	48.1502	52.502758	57.334502	62.701468	32	75.298829	90.889778	110.218	134.213	164.036	201.137
33	46.1115	50.3540	55.077841	60.341210	66.29527	33	80.063770	97.343164	118.933	145.950	179.800	222.251
34	48.0338	52.6128	57.730176	63.453152	69.857908	34	85.066959	104.183754	128.258	158.626	196.982	245.476
35	49.9944	54.9282	60.462081	66.674012	73.652224	35	90.320307	111.434779	138.236	172.316	215.710	271.024
36	51.9943	57.3014	63.275944	70.007603	77.598313	36	95.836322	119.120866	148.913	187.102	236.124	299.126
37	54.0342	59.7339	66.174222	73.457869	81.702246	37	101.628138	127.268118	160.337	203.070	258.375	330.039
38	56.1149	62.2272	69.159449	77.028894	85.970336	38	107.709545	135.904205	172.561	220.315	282.629	364.043
39	58.2372	64.7829	72.234232	80.724906	90.009149	39	114.095023	145.058458	185.640	238.941	309.066	401.447
40	60.4019	67.4025	75.401259	84.550277	95.025515	40	120.799774	154.761965	199.635	259.056	337.882	442.592
41	62.6100	70.0876	78.663297	88.509537	99.826536	41	127.839762	165.047683	214.609	280.781	369.291	487.851
42	64.8622	72.8398	82.023196	92.607371	104.819597	42	135.231751	175.950544	230.632	304.243	403.528	537.636
43	67.1594	75.6608	85.483892	96.848629	110.012381	43	142.993338	187.507577	247.776	329.583	440.845	592.400
44	69.5026	78.5523	89.048409	101.238331	115.412876	44	151.14305	199.758031	266.120	356.949	481.521	652.640
45	71.8927	81.5161	92.719861	105.781672	121.029392	45	159.700155					

Continuação da TABOA IV.

Append. 9.

Ann.	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	Ann.	5	6	7	8	9	10
51	87.2709	100.921	117.180773	136.582837	159.773767	51	220.815395	308.756058	435.985	620.671	889.441	1281.29
52	90.0164	104.444	121.696196	142.363236	167.164717	52	232.856165	328.281422	467.504	671.325	970.490	1410.42
53	92.8167	108.055	126.347082	148.345949	174.851306	53	245.498973	348.978307	501.230	726.035	1058.83	1552.47
54	95.6730	111.756	131.137494	154.538057	182.845358	54	258.773922	370.917006	537.316	785.114	1155.13	1708.71
55	98.5865	115.550	136.071619	160.946889	191.159173	55	272.712618	394.172026	575.928	848.923	1260.09	1880.59
56	101.558	119.439	141.153768	167.580030	198.805539	56	287.348249	418.822348	617.243	917.837	1374.50	2069.65
57	104.589	123.425	146.388381	174.445332	208.797761	57	302.715661	444.951689	661.450	992.264	1499.20	2277.61
58	107.681	127.511	151.780032	181.550918	218.149672	58	318.851444	472.648790	708.752	1072.64	1635.13	2506.37
59	110.834	131.699	157.333433	188.505200	227.875648	59	335.794017	502.007717	759.364	1159.45	1783.29	2758.01
60	114.051	135.991	163.053436	196.516882	237.990685	60	353.583717	533.128180	813.520	1253.21	1944.79	3034.81
61	117.332	140.391	168.945039	204.394973	248.510312	61	372.262903	566.115871	871.466	1354.47	2120.82	3339.29
62	120.679	144.901	175.013391	212.548797	259.450725	62	391.876048	601.082824	933.469	1463.82	2312.69	3674.22
63	124.092	149.523	181.263792	220.988005	270.828754	63	412.469851	638.147793	999.812	1581.93	2521.84	4042.65
64	127.574	154.261	187.701706	229.722585	282.661504	64	434.093343	677.436661	1070.79	1709.48	2749.80	4447.91
65	131.126	159.118	194.332757	238.762876	294.968380	65	456.798011	719.082860	1146.75	1847.24	2998.28	4893.70
66	134.748	164.096	201.162740	248.119577	307.767115	66	480.637911	763.227832	1228.02	1996.02	3269.13	5384.07
67	138.443	169.198	208.197622	257.803762	321.077800	67	505.669807	810.021502	1314.98	2156.71	3564.35	5923.48
68	142.212	174.428	215.443551	267.826894	334.920912	68	531.953297	859.622792	1428.03	2330.24	3886.14	6516.83
69	146.056	179.789	222.906858	278.2C0835	349.317748	69	559.550962	912.2C0160	1507.60	2517.66	4236.90	7169.51
70	149.977	185.284	230.594063	288.937864	364.290458	70	588.528510	967.932169	1614.13	2720.08	4619.22	7887.46
71	153.977	190.916	238.511885	300.050689	379.862077	71	618.954936	1027.008099	1728.12	2938.68	5035.95	8677.21
72	158.057	196.689	246.667242	311.552463	396.056560	72	650.902683	1089.628585	1850.09	3174.78	5490.18	9545.93
73	162.218	202.606	255.067259	323.456800	412.898822	73	684.447817	1156.006300	1980.59	3429.76	5985.30	1C501.53
74	166.462	208.671	263.719277	335.777788	430.414775	74	719.670208	1226.366679	2120.24	3705.14	6524.98	11552.58
75	170.791	214.888	272.630855	348.530010	448.631366	75	756.653718	1300.948679	2269.65	4002.55	7113.23	12708.95
76	175.207	221.260	281.809781	361.728561	467.576621	76	795.486404	1380.005600	2429.53	4323.76	7754.42	1398.85
77	179.711	227.792	291.264074	375.389060	487.279686	77	836.260724	1463.825936	2600.60	4670.66	8453.32	15379.93
78	184.305	234.486	301.0C01996	389.527677	507.770873	78	879.07370	1552.634292	2783.64	5045.31	9215.12	16918.92
79	188.992	241.348	311.032056	404.161146	529.081708	79	924.027448	1646.792350	2979.49	5449.94	10045.4	18611.82
80	193.771	248.382	321.363018	419.3C6786	551.244976	80	971.228821	1746.599891	3189.06	5886.93	10950.5	20474.00
81	198.647	255.592	332.0C03909	434.982524	574.294775	81	1020.790262	1852.395884	3413.29	6358.89	11937.1	22522.40
82	203.620	262.982	342.964026	451.206912	598.266566	82	1072.849775	1964.536637	3653.22	6868.60	13012.4	24775.64
83	208.692	270.556	354.252947	467.999154	623.197229	83	1127.471264	2083.412016	3509.95	7419.08	14184.5	27254.20
84	213.866	278.320	365.880535	485.379125	649.125118	84	1184.844827	2209.416737	4184.65	8013.61	15462.2	29980.62
85	219.143	286.278	377.856951	503.367394	676.090123	85	1245.087068	2342.981741	4478.57	8655.70	16854.8	32979.69
86	224.526	294.435	390.192660	521.985253	704.133728	86	1308.341422	2484.505645	4793.07	9349.16	18372.7	36278.65
87	230.017	302.796	402.898440	541.254737	733.299077	87	1374.758493	2634.634284	5129.59	10098.0	20027.2	39907.52
88	235.617	311.366	415.985393	561.198652	763.631040	88	1444.496418	2793.712341	5489.66	10906.9	21830.7	43899.27
89	241.330	320.150	429.464955	581.840055	795.176282	89	1517.721238	2962.335082	5874.93	11780.4	23796.4	48290.20
90	247.156	329.154	443.348903	605.205027	827.983333	90	1594.607300	3141.075187	6287.18	12723.9	25939.1	53120.22
91	253.099	338.383	457.649370	625.317202	862.102667	91	1675.337665	3330.539698	6728.28	13742.8	28274.7	58433.25
92	259.161	347.842	472.378851	648.203305	897.586773	92	1760.104549	3531.372080	7200.26	14843.2	30820.4	64277.57
93	265.345	357.538	487.550217	671.890420	934.490244	93	1849.09776	3744.254405	7705.28	16031.7	33595.2	70706.33
94	271.651	367.477	503.176723	696.406585	972.869854	94	1942.565265	3969.909669	8245.			

TABOA V.

Append. 10.

Valor do Capital 1, no fim de hum dado numero de annos não maior que 100, suppondo que nestes annos seja posto a vencer juro simples, a razão de $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, e 6 por 100.

Ann.	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$	6	Ann.	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{1}{2}$	6
1	1.025	1.03	1.035	1.04	1.045	1.05	1.055	1.06	51	2.275	2.53	2.785	3.04	3.295	3.55	3.805	4.06
2	1.050	1.06	1.070	1.08	1.090	1.10	1.110	1.12	52	2.300	2.56	2.820	3.08	3.340	3.60	3.860	4.12
3	1.075	1.09	1.105	1.12	1.135	1.15	1.165	1.18	53	2.325	2.59	2.855	3.12	3.385	3.65	3.915	4.18
4	1.100	1.12	1.140	1.16	1.180	1.20	1.220	1.24	54	2.350	2.62	2.890	3.16	3.430	3.70	3.970	4.24
5	1.125	1.15	1.175	1.20	1.225	1.25	1.275	1.30	55	2.375	2.65	2.925	3.20	3.475	3.75	4.025	4.30
6	1.150	1.18	1.210	1.24	1.270	1.30	1.330	1.36	56	2.400	2.68	2.960	3.24	3.520	3.80	4.080	4.36
7	1.175	1.21	1.245	1.28	1.315	1.35	1.385	1.42	57	2.425	2.71	2.995	3.28	3.565	3.85	4.135	4.42
8	1.200	1.24	1.280	1.32	1.360	1.40	1.440	1.48	58	2.450	2.74	3.030	3.32	3.610	3.90	4.190	4.48
9	1.225	1.27	1.315	1.36	1.405	1.45	1.495	1.54	59	2.475	2.77	3.065	3.36	3.655	3.95	4.245	4.54
10	1.250	1.30	1.350	1.40	1.450	1.50	1.550	1.60	60	2.500	2.80	3.100	3.40	3.700	4.00	4.300	4.60
11	1.275	1.33	1.385	1.44	1.495	1.55	1.605	1.66	61	2.525	2.83	3.135	3.44	3.745	4.05	4.355	4.66
12	1.300	1.36	1.420	1.48	1.540	1.60	1.660	1.72	62	2.550	2.86	3.170	3.48	3.790	4.10	4.410	4.72
13	1.325	1.39	1.455	1.52	1.585	1.65	1.715	1.78	63	2.575	2.89	3.205	3.52	3.835	4.15	4.465	4.78
14	1.350	1.42	1.490	1.56	1.630	1.70	1.770	1.84	64	2.600	2.92	3.240	3.56	3.880	4.20	4.520	4.84
15	1.375	1.45	1.525	1.60	1.675	1.75	1.825	1.90	65	2.625	2.95	3.275	3.60	3.925	4.25	4.575	4.90
16	1.400	1.48	1.560	1.64	1.720	1.80	1.880	1.96	66	2.650	2.98	3.310	3.64	3.970	4.30	4.630	4.96
17	1.425	1.51	1.595	1.68	1.765	1.85	1.935	2.02	67	2.675	3.01	3.345	3.68	4.015	4.35	4.685	5.02
18	1.450	1.54	1.630	1.72	1.810	1.90	1.990	2.08	68	2.700	3.04	3.380	3.72	4.060	4.40	4.740	5.08
19	1.475	1.57	1.665	1.76	1.855	1.95	2.045	2.14	69	2.725	3.07	3.415	3.76	4.105	4.45	4.795	5.14
20	1.500	1.60	1.700	1.80	1.900	2.00	2.100	2.20	70	2.750	3.10	3.450	3.80	4.150	4.50	4.850	5.20
21	1.525	1.63	1.735	1.84	1.945	2.05	2.155	2.26	71	2.775	3.13	3.485	3.84	4.195	4.55	4.905	5.26
22	1.550	1.66	1.770	1.88	1.990	2.10	2.210	2.32	72	2.800	3.16	3.520	3.88	4.240	4.60	4.960	5.32
23	1.575	1.69	1.805	1.92	2.035	2.15	2.265	2.38	73	2.825	3.19	3.555	3.92	4.285	4.65	5.015	5.38
24	1.600	1.72	1.840	1.96	2.080	2.20	2.320	2.44	74	2.850	3.22	3.590	3.96	4.330	4.70	5.070	5.44
25	1.625	1.75	1.875	2.00	2.125	2.25	2.375	2.50	75	2.875	3.25	3.625	4.00	4.375	4.75	5.125	5.50
26	1.650	1.78	1.910	2.04	2.170	2.30	2.430	2.56	76	2.900	3.28	3.660	4.04	4.420	4.80	5.180	5.56
27	1.675	1.81	1.945	2.08	2.215	2.35	2.485	2.62	77	2.925	3.31	3.695	4.08	4.465	4.85	5.235	5.62
28	1.700	1.84	1.980	2.12	2.260	2.40	2.540	2.68	78	2.950	3.34	3.730	4.12	4.510	4.90	5.290	5.68
29	1.725	1.87	2.015	2.16	2.305	2.45	2.595	2.74	79	2.975	3.37	3.765	4.16	4.555	4.95	5.345	5.74
30	1.750	1.90	2.050	2.20	2.350	2.50	2.650	2.80	80	3.000	3.40	3.800	4.20	4.600	5.00	5.400	5.80
31	1.775	1.93	2.085	2.24	2.395	2.55	2.705	2.86	81	3.025	3.43	3.835	4.24	4.645	5.05	5.455	5.86
32	1.800	1.96	2.120	2.28	2.440	2.60	2.760	2.92	82	3.050	3.46	3.870	4.28	4.690	5.10	5.510	5.92
33	1.825	1.99	2.155	2.32	2.485	2.65	2.815	2.98	83	3.075	3.49	3.905	4.32	4.735	5.15	5.565	5.98
34	1.850	2.02	2.190	2.36	2.530	2.70	2.870	3.04	84	3.100	3.52	3.940	4.36	4.780	5.20	5.620	6.04
35	1.875	2.05	2.225	2.40	2.575	2.75	2.925	3.10	85	3.125	3.55	3.975	4.40	4.825	5.25	5.675	6.10
36	1.900	2.08	2.260	2.44	2.620	2.80	2.980	3.16	86	3.150	3.58	4.010	4.44	4.870	5.30	5.730	6.16
37	1.925	2.11	2.295	2.48	2.665	2.85	3.035	3.22	87	3.175	3.61	4.045	4.48	4.915	5.35	5.785	6.22
38	1.950	2.14	2.330	2.52	2.710	2.90	3.090	3.28	88	3.200	3.64	4.080	4.52	4.960	5.40	5.840	6.28
39	1.975	2.17	2.365	2.56	2.755	2.95	3.145	3.34	89	3.225	3.67	4.115	4.56	5.005	5.45	5.895	6.34
40	2.000	2.20	2.400	2.60	2.800	3.00	3.200	3.40	90	3.250	3.70	4.150	4.60	5.050	5.50	5.950	6.40
41	2.025	2.23	2.435	2.64	2.845	3.05	3.255	3.46	91	3.275	3.73	4.185	4.64	5.095	5.55	6.005</	

TABOA ULTIMA.

Append. II.

Serie Necrologica formada sobre os Registros Mortuários de Northampton, feitos nos 46. annos, que decorrerão desde 1735 até 1780.

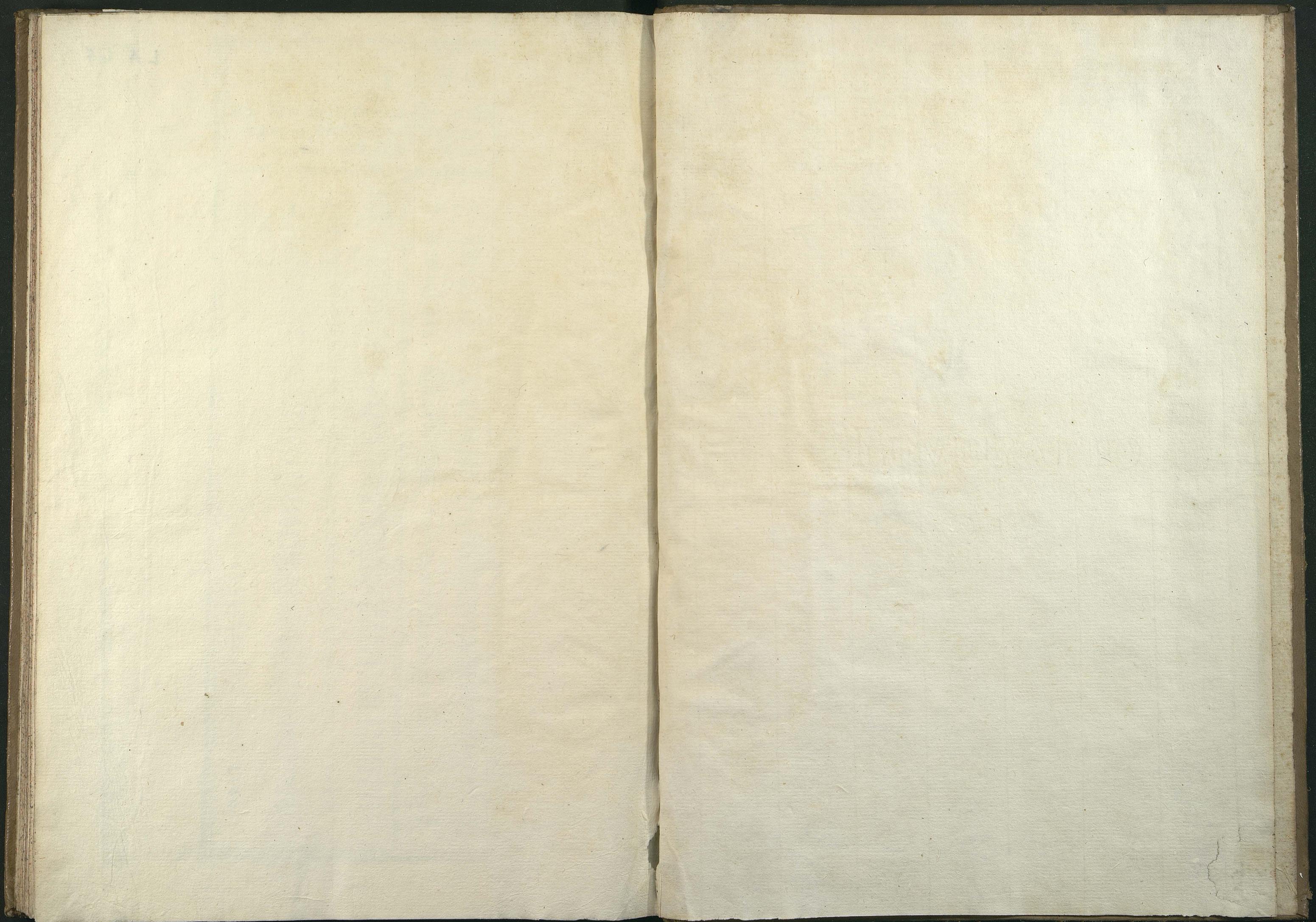
Serie Necrologica de M. Halley.

LA 67

II

47 100 58 103

Total 2901



LA 67

